

# Índice

---

<b>TEMA 12: El BJT en régimen dinámico</b>	<b>12.1</b>
12.1. INTRODUCCIÓN	12.1
12.2. MODELO DE CONTROL DE CARGA	12.3
12.2.1. Modelo de control de carga en condiciones estacionarias	12.3
12.2.2. Modelo de control de carga en condiciones dinámicas	12.6
12.2.3. Deducción del modelo de control de carga a partir de la representación circuital	12.9
12.3. EL BJT COMO CONMUTADOR	12.12
12.4. EL BJT COMO AMPLIFICADOR DE PEQUEÑA SEÑAL. RECTA DE CARGA DINÁMICA.	12.14
12.4.1. Recta de carga dinámica	12.22
12.5. EL BJT COMO CUADRIPOLO. PARÁMETROS HÍBRIDOS. FRECUENCIAS DE CORTE.	12.25
12.5.1. Parámetros híbridos	12.26
12.5.2. Frecuencias de corte	12.31



# Tema 12

## Régimen Dinámico

---

### 12.1.- Introducción

*En los dos temas anteriores se ha estudiado el funcionamiento del BJT en condiciones estacionarias; es decir, cuando está polarizado con tensiones y corrientes establecidas desde un tiempo anterior suficientemente largo.*

*Sin embargo, en la mayor parte de las aplicaciones, el BJT trabaja con tensiones y corrientes dependientes del tiempo. Esto es, trabaja en RÉGIMEN DINÁMICO.*

*Dentro del grupo de los fenómenos dinámico interesan, fundamentalmente:*

- *Los regímenes transitorios de establecimiento y corte de la corriente en un*

*BJT, asociados al funcionamiento del mismo con conmutador.*

- *El régimen lineal, asociado al funcionamiento del BJT como amplificador de pequeña señal.*

*Un estudio general de los procesos dinámicos en un BJT sería posible teóricamente, pero carecería de valor práctico. Por eso, lo que se va a presentar en este tema es un modelo bastante general conocido como “**modelo de control por carga de base**”, cuya aplicación a los casos anteriormente citados permite desarrollar modelos más específicos para cada caso particular, manteniendo un compromiso entre simplicidad y exactitud. En cada uno de ellos, se indicarán las limitaciones y campo de aplicación.*

## 12.2.- MODELO DE CONTROL DE CARGA

Para fijar ideas, se considerará un transistor pnp polarizado en el MODO ACTIVO. ¿Por qué esta región de funcionamiento? Porque cuando se utiliza el BJT como amplificador de pequeña señal, es en el MODO ACTIVO donde se obtienen las mayores ganancias de señal con distorsiones mínimas. Además, en las aplicaciones del BJT como conmutador, necesariamente hay que pasar por el MODO ACTIVO cuando el BJT conmuta desde su estado OFF (corte) al estado ON (activa/saturación) y viceversa.

### 12.2.1.- Modelo de control de carga en condiciones estacionarias

Supongamos, en principio, que nos encontramos en RÉGIMEN ESTACIONARIO. Por lo que se ha visto en los temas anteriores, en tal caso, la componente dominante de la  $I_E$  e  $I_C$  está constituida por el flujo de  $h^+$  inyectados por el emisor en la base que consiguen alcanzar y atravesar la unión de colector; de ahí que centremos nuestra atención en el perfil de minoritarios (huecos) en la región neutra de la base (Figura 12.1).

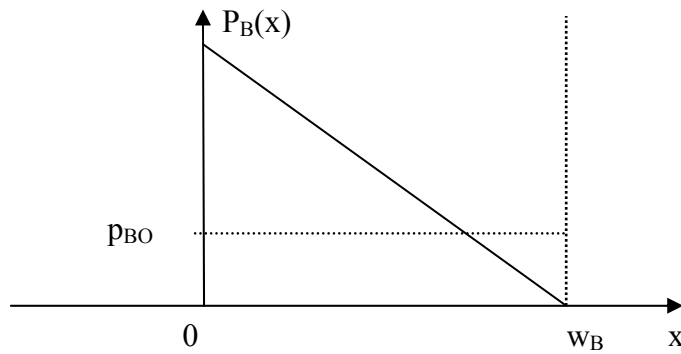
Se sabe que,

$$p_B(x) = p_B(0) \left[ 1 - \frac{x}{w_B} \right] \quad (12.1)$$

$$p_B(0) = p_{BO} \exp \frac{V_{EB}}{V_T}$$

Por otra parte, en nuestro caso,

$$-I_C \cong I_{pC} = -qAD_{pB} \left. \frac{\partial p_B}{\partial x} \right|_{x=w_B} = qAD_{pB} \frac{p_B(0)}{w_B} \quad (12.2)$$



**Figura 12.1.-** Perfil de minoritarios en base para un pnp en el MODO ACTIVO.

Si se define  $Q_B$  como la carga acumulada en base debida al exceso de minoritarios (en nuestro caso, los huecos):

$$Q_B \equiv qA \int_0^{w_B} p_B'(x) dx \cong qA \int_0^{w_B} p_B(x) dx = qA \frac{p_B(0)w_B}{2} \quad (12.3)$$

Comparando las ecuaciones (12.2) y (12.3), resulta que:

$$-I_C = \frac{D_{pB}}{w_B} \cdot \frac{2Q_B}{w_B} = \frac{Q_B}{w_B^2 / 2D_{pB}}$$

Por lo tanto,

$$I_C = -\frac{Q_B}{\tau_T} \quad (12.4)$$

$$\tau_T \equiv \frac{w_B^2}{2D_{pB}}$$

siendo  $\tau_T$  el “**tiempo de tránsito de la base**”, es decir, el tiempo medio que tardan los minoritarios (en nuestro caso los huecos) en atravesar la base por difusión.

Por otra parte, la base ha de ser eléctricamente neutra. Esto es, tiene que suministrarse a la región de base el número suficiente de mayoritarios, en nuestro caso de electrones, que neutralicen la carga debida al exceso de minoritarios,  $Q_B$ . Ahora bien, estos electrones no pueden suministrarse a través de las uniones puesto que constituyen los portadores minoritarios de las regiones de emisor y colector. Por lo tanto, sólo pueden suministrarse a través del terminal de la base. Es decir, en régimen estacionario y para el MODO ACTIVO que se está considerando, los electrones que circulan hacia el interior de la base alimentan la recombinación de minoritarios en base e inyectan electrones en el emisor. Matemáticamente,

$$-I_B = \frac{Q_B}{\tau_B} \quad (12.5)$$

donde  $\tau_B$  se puede interpretar como un tiempo de vida equivalente que permite expresar  $I_B$  como una corriente de recombinación en base. Es decir, en  $\tau_B$  está incluido la porción de electrones que la base inyecta en el emisor.

Por lo tanto,

$$\boxed{\begin{aligned} I_C &= -\frac{Q_B}{\tau_T} \\ I_B &= -\frac{Q_B}{\tau_B} \\ I_E &= -(I_B + I_C) \\ \tau_T &\equiv \frac{w_B^2}{2D_{pB}} \end{aligned}} \quad (12.6)$$

Las ecuaciones (12.6) constituyen las ecuaciones del MODELO DE CONTROL DE CARGA en régimen estacionario, para el MODO ACTIVO. A pesar de que han sido obtenidas para un pnp, tal y como están expresadas siguen siendo válidas para un

nnp. En tal caso,  $Q_B$  sería carga de electrones almacenados en la base  $\Rightarrow Q_B < 0 \Rightarrow I_C, I_B > 0$ .

Debe matizarse que la ecuación (12.4) es una primera aproximación al valor de  $\tau_T$ , ya que no considera el Efecto Early. Es decir, no tiene en cuenta la dependencia de la anchura de la base con las tensiones aplicadas a las uniones de emisor y colector.

Finalmente, debe señalarse que las ecuaciones (12.6) son equivalentes a las ecuaciones de Ebers-Moll particularizadas al MODO ACTIVO de funcionamiento.

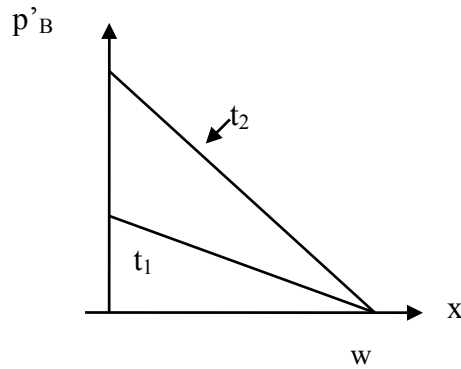
### 12.2.2.- Modelo de control de carga en condiciones dinámicas

Se trata ahora de ampliar las ecuaciones del MODELO DE CONTROL DE CARGA, ecuaciones (12.6), para que abarquen situaciones dinámicas o variables con el tiempo. Para ello, se va a suponer la variación de la distribución de carga en la base es lo suficientemente lenta (señal dinámica lenta) de manera que en todo momento se tiene una distribución triangular semejante a la de la situación estacionaria. Esto es, se considerará el **régimen dinámico como una sucesión de estados estacionarios**.

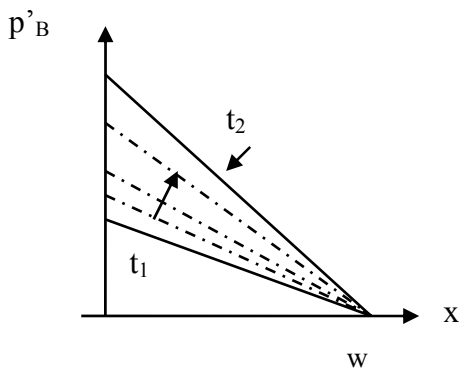
En la Figura 12.2a se han representado dos situaciones estacionarias correspondientes a los instantes de tiempo  $t = t_1$  y  $t = t_2$ . Queda claro que en el intervalo de tiempo  $t_1 < t < t_2$  se ha aumentado la polarización directa de la unión emisor-base, lo que conduce a un incremento de minoritarios almacenados en la base. En la Figura 12.2b, se muestra la distribución instantánea de carga en distintos instantes correspondientes al intervalo  $t_1 < t < t_2$  para una velocidad de variación suficientemente lenta, de manera que se cumpla la hipótesis de estados intermedios cuasi-estacionarios. Sin embargo, en la Figura 12.2c, se ha dibujado una situación en la que la tensión base-emisor ha aumentado instantáneamente a su nuevo valor. Aunque  $p_B'(0)$  modifica instantáneamente su valor, la distribución de carga no puede seguir esta variación ya que necesita un cierto tiempo para que los huecos se difundan a través de la base y aumenten la concentración de huecos en cada punto de dicha región.



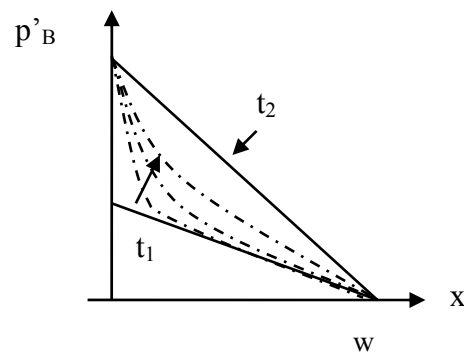
Debe señalarse que la hipótesis de régimen dinámico como sucesión de estados estacionarios conduce a un modelo de circuito muy útil y razonablemente exacto para un elevado número de aplicaciones.



(a) Estados inicial y final



(b) Ejemplo de "variación lenta"



(c) Ejemplo de "variación demasiado rápida"

**Figura 12.2.-** La distribución instantánea de carga en la base, puede considerarse como estática si no es demasiado grande la velocidad de variación.

Admitiendo entonces como válida dicha hipótesis, resulta que

$$i_c = -\frac{q_B}{\tau_T} \quad (12.7)$$

siendo  $i_c$  la corriente total instantánea de colector y  $q_B$  la carga total instantánea de base debida al exceso de minoritarios. En lo que respecta a los mayoritarios que circulan

hacia el interior de la base (en nuestro caso los electrones) en RÉGIMEN DINÁMICO tienen dos funciones. Por una parte, alimentan la recombinación de portadores minoritarios en la base e inyectan portadores en el emisor,  $\frac{q_B}{\tau_B}$  (tal y como ocurría en régimen estacionario); por otra, dan cuenta del aumento de carga almacenada en la base,  $\frac{\partial q_B}{\partial t}$ . Es decir, matemáticamente,

$$\begin{array}{l} i_B = -\frac{q_B(t)}{\tau_B} - \frac{\partial q_B}{\partial t} \\ i_C = -\frac{q_B(t)}{\tau_T} \\ i_E = -(i_C + i_B) \end{array} \quad (12.8)$$

Las ecuaciones (12.8) constituyen las ecuaciones del **MODELO DE CONTROL DE CARGA** de un **BJT para el MODO ACTIVO**.

Estas ecuaciones se reducen a las ecuaciones (12.6) de RÉGIMEN ESTACIONARIO si  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ .

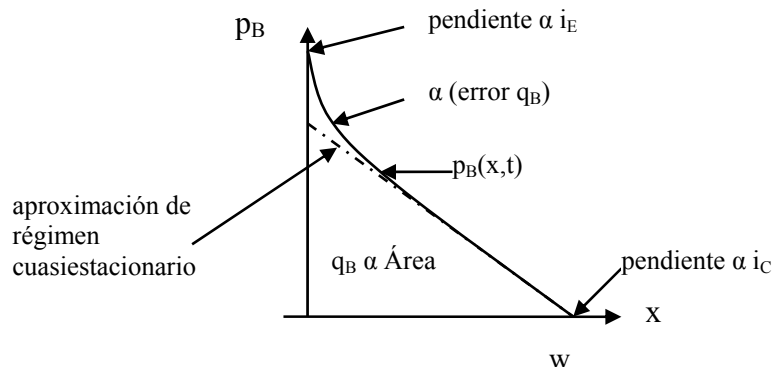
NOTAS:

- Resaltar el cambio de notación utilizado en condiciones estacionarias y régimen dinámico.
- Las ecuaciones (12.8) constituyen una representación bastante correcta del comportamiento dinámico real del BJT, incluso para variaciones bastante rápidas. En efecto, tal y como se puede apreciar en la Figura 12.3, una variación rápida implica que la pendiente del perfil de minoritarios en base es distinta en  $x=0$  y  $x=w_B$ , lo que equivale a decir que puede ocurrir que existan grandes diferencias entre la corriente de emisor y la corriente de colector. Sin embargo, prácticamente

no existen diferencias entre la carga real acumulada en la base y la carga correspondiente al régimen estacionario para la misma corriente de colector.

Ahora bien, la situación es muy diferente cuando se analizan relaciones entre cargas y tensiones, que vienen dada a través de la concentración de minoritarios en el borde de la zona de carga de espacio correspondiente. Esto es, tal y como se aprecia en la Figura 12.3, para una pequeña variación de las áreas, esto es, para una pequeña variación de las cargas, puede existir una variación importante en el valor de  $p_B(0)$  y, por lo tanto, en el valor de la tensión instantánea emisor-base.

Posteriormente, se aplicarán las ecuaciones (12.8) al uso del BJT como conmutador y como amplificador de pequeña señal.



**Figura 12.3.-** Perfil de minoritarios en base para régimen dinámico al objeto de ilustrar las limitaciones del modelo de control de carga.

### 12.2.3.- Deducción del modelo de control de carga a partir de la representación circuital

Vamos a partir de la representación circuital de las ecuaciones de Ebers-Moll para un transistor pnp particularizada al modo activo de funcionamiento, en el que la unión de colector se encuentra inversamente polarizada y el diodo que representa a dicha unión puede considerarse como un circuito abierto (Figura 12.4).

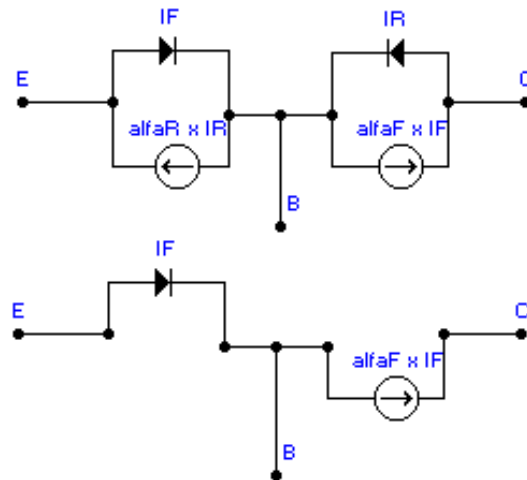


Figura 12.4.- Representación circuital de las ecuaciones de Ebers-Moll en su versión de inyección para un transistor pnp.

Como puede observarse, el circuito queda reducido a un diodo y un generador de corriente dependiente. Si tenemos en cuenta ahora la representación circuital del comportamiento en dinámica del diodo, resulta el circuito de la Figura 12.5:

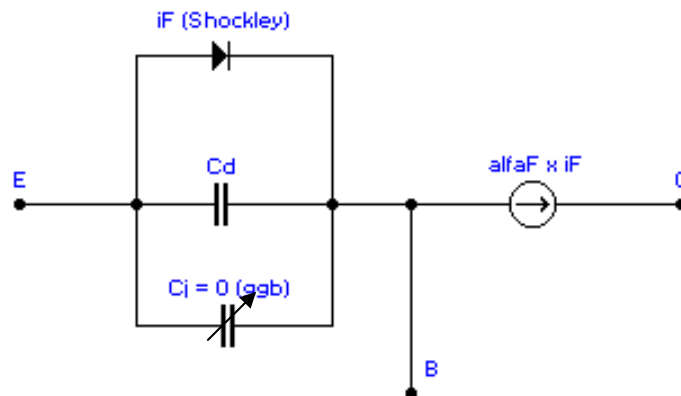


Figura 12.5.- Comportamiento en dinámica de un transistor pnp en el modo activo de funcionamiento.

En este circuito se ha despreciado la capacidad de la unión de emisor,  $C_j \cong 0$  por encontrarse dicha unión directamente polarizada. Según el circuito de la Figura 12.5,

$$i_C(t) = -\alpha_F i_F = -\alpha_F I_{ES} \left[ \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] \cong -\alpha_F I_{ES} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right)$$

$$i_C(t) = -qAD_{pB} \frac{p_{BO}}{w_B} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right) = -qAD_{pB} \frac{p_B(0)}{w_B} = -\frac{q_B(t)}{\tau_T}$$

De manera análoga,

$$i_B(t) = \alpha_F i_F - i_F - C_d \frac{\partial v_{EB}}{\partial t} = -(1 - \alpha_F) \frac{\alpha_F}{\alpha_F} I_{ES} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right) - C_d \frac{\partial v_{EB}}{\partial t}$$

$$i_B(t) = -\frac{I_S}{\beta_F} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right) - C_d \frac{\partial v_{EB}}{\partial t} = -\frac{q_B(t)}{\tau_B} - C_d \frac{\partial v_{EB}}{\partial t}$$

siendo

$$\frac{q_B(t)}{\tau_B} = \frac{I_S}{\beta_F} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right)$$

$$\tau_B = \frac{\beta_F q_B(t)}{I_S \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right)} = \frac{\alpha_F}{(1 - \alpha_F)} \frac{qAp_B(0) \frac{w_B}{2}}{\alpha_F I_{ES} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right)} = \frac{qAp_{BO} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right) \frac{w_B}{2}}{(1 - \alpha_F) I_{ES} \exp\left(\frac{v_{EB}}{V_T}\right)}$$

$$\tau_B = \frac{qAp_{BO} \frac{w_B}{2}}{(1 - \alpha_F) I_{ES}} = \frac{qAp_{BO} \frac{w_B}{2}}{\text{la porcion de } I_{ES} \text{ correspondiente al emisor}}$$

$$\tau_B = \frac{qAp_{BO} \frac{w_B}{2}}{qAD_{nE} \frac{n_{EO}}{L_{nE}}} = \frac{N_E L_{nE} w_B}{N_B 2D_{nE}}$$

$$\tau_B = \beta_F \tau_T = \beta_F \frac{w_B^2}{2D_{pB}}$$

$$\beta_F \cong \frac{D_{pB} N_E L_{nE}}{D_{nE} N_B w_B}$$

Un razonamiento similar puede hacerse si se parte de la representación circuital

del modelo de Ebers-Moll en su versión transporte y se particulariza ésta al modo activo de funcionamiento.

### 12.3.- EL BJT COMO CONMUTADOR

Una de las aplicaciones del transistor bipolar en dinámica es la de actuar en conmutación. En la Figura 12.6 puede verse el circuito básico, en el que la corriente de colector sería la corriente del interruptor y la tensión colector-emisor,  $v_{out}$ , la tensión del interruptor;  $v_{in}$  es una señal que controla el interruptor.

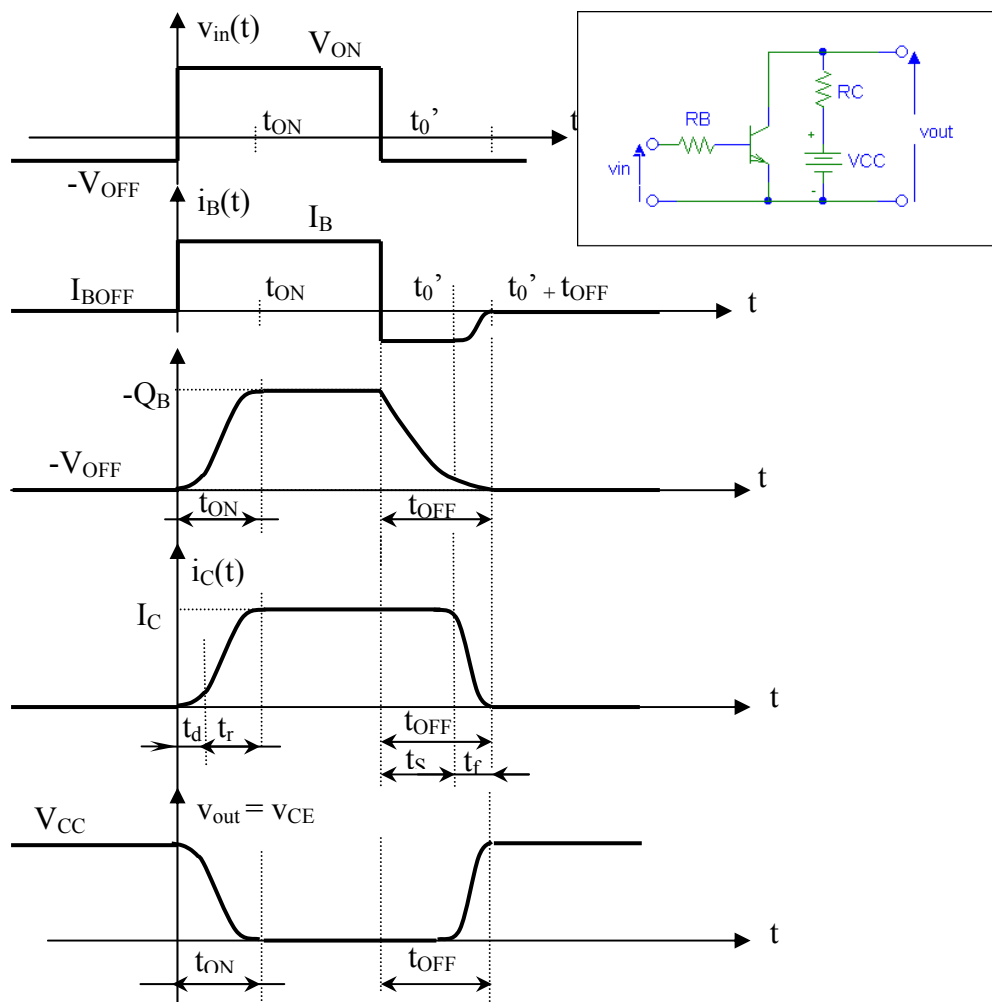


Figura 12.6.- Funcionamiento de un transistor bipolar trabajando como interruptor.

Los retrasos de conmutación del transistor están causados por las capacidades no lineales de las uniones. El mejor modo de apreciarlo es examinando con detalle el ejemplo de conmutación representado en la Figura 12.6.

La tensión de entrada,  $v_{in}$ , es un pulso que hace conmutar al transistor desde su estado OFF  $\rightarrow$  ON y viceversa (CORTE  $\leftrightarrow$  SATURACIÓN). Sin embargo, la tensión de salida real,  $v_{out} = v_{CE}$ , no cambia instantáneamente entre los valores de corte y saturación, sino que cambia gradualmente y sólo después de un cierto tiempo de retraso.

Para valores de  $t < 0$ ,  $v_{in} = -V_{OFF}$ , las dos uniones están inversamente polarizadas, luego el transistor está al CORTE. En este caso el BJT puede ser representado por las capacidades asociadas a sus uniones. Cada condensador está cargado a la tensión de su unión, todas las corrientes son nulas, así como la carga de minoritarios almacenada en la base. La tensión de salida  $v_{out} = v_{CE} = V_{CC}$ .

En el instante  $t = 0$ , la tensión de control pasa a tomar el valor  $V_{ON}$ . Las tensiones de los condensadores no pueden cambiar instantáneamente de ahí que exista un **“tiempo de retardo”**  $t_d$  hasta que la unión base-emisor se polarice en directa (hasta que la capacidad de la unión base-emisor se cargue al valor de la tensión de codo) y el transistor conduzca. Como ya se ha comentado en el apartado 12.2.2, la corriente de base responde instantáneamente a este cambio de tensión,  $I_B = \frac{V_{ON}}{R_B}$ ; no así la carga de minoritarios almacenada en base, la corriente de colector y la tensión de salida. El tiempo transcurrido para que la carga de minoritarios pase del 10%  $\rightarrow$  90% de su valor final, recibe el nombre de **“tiempo de subida”**  $t_r$ . El **tiempo de conmutación en ON** es,  $t_{ON} = t_d + t_r$ .

En el instante  $t = T$ , la tensión de control vuelve a cambiar bruscamente al valor  $-V_{OFF}$ . Es ahora la capacidad de difusión de la unión base-emisor la que no puede cambiar instantáneamente, puesto que se encuentra +0,7 V, por lo que el transistor no

puede cortarse, permaneciendo saturado hasta que toda la carga de minoritarios de base haya desaparecido. Hay dos procesos simultáneos para eliminar esta carga: Por un lado, la recombinación del exceso de minoritarios; y, por otro, la corriente de base negativa que circula. El resultado es un retraso denominado **“tiempo de almacenamiento”**  $t_s$ . Durante este intervalo de tiempo, la corriente de base es negativa y la corriente de colector y tensión de salida varían poco. Sólo después de que la carga haya sido eliminada, el transistor pasa del MODO ACTIVO a CORTE. Ahora las capacidades de unión se vuelven a cargar a sus valores iniciales  $-V_{OFF}$ . El tiempo invertido para ello recibe el nombre de **“tiempo de caída”**  $t_f$  y el **tiempo de conmutación en OFF** la suma de  $t_{OFF} = t_s + t_f$  (el tiempo dominante es el  $t_s$ ).

#### 12.4.- EL BJT COMO AMPLIFICADOR DE PEQUEÑA SEÑAL. RECTA DE CARGA DINÁMICA.

Este apartado se centra en la respuesta del BJT ante pequeñas señales de tensión o corriente superpuestas a los valores de continua. El término “pequeña señal” implica que los valores de pico de la tensión o corriente de señal son mucho más pequeños que los valores de continua. Más concretamente, en el caso de las tensiones, mucho más pequeños que  $\frac{kT}{q}$ . Típicamente, esto significa voltajes de señal de algunos mV o menos.

Para representar la respuesta en señal, se han desarrollado muchos modelos de circuito. La representación denominada **“modelo híbrido – pi”** es muy útil para los diseñadores de circuito ya que:

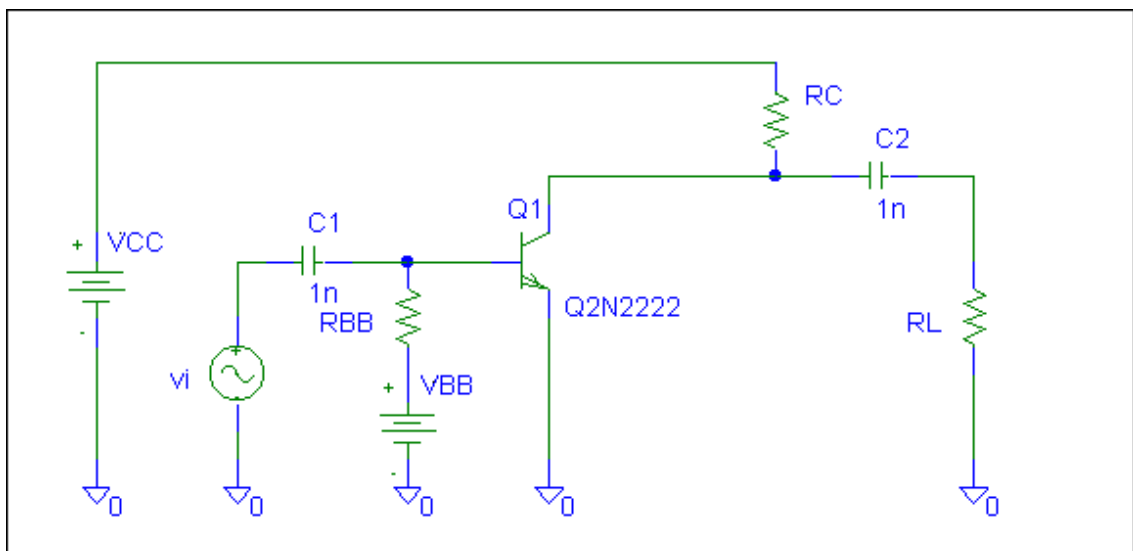
- Por una parte, el modelo relaciona explícitamente los valores de los elementos del circuito de pequeña señal con los valores de polarización (esto es, de continua).
- Además, para frecuencias por debajo de los 500 kHz, los elementos del



circuito son independientes de la frecuencia.

Con los modelos de pequeña señal, se calculan las ganancias de señal y las impedancias de entrada y salida de los amplificadores. Puesto que los BJT's que funcionan en el MODO ACTIVO son los que proporcionan mayores ganancias de señal y distorsiones mínimas, solamente los modelos de pequeña señal en la región activa son de especial utilidad. **Es decir, a lo largo de esta aplicación se considerará que el BJT está funcionando en el MODO ACTIVO.** Adelantando resultados veremos que en tal caso es posible deducir relaciones lineales entre las componentes de señal de las cargas y las tensiones, lo que conduce a relaciones lineales entre las componentes de señal de las corrientes y las tensiones. Es decir, en lo que se refiere a las componentes de señal, el BJT va a tener un comportamiento lineal.

El circuito de la Figura 12.7 es un circuito típico de amplificación de pequeña señal.



**Figura 12.7.-** Circuito elemental de amplificación.

Puesto que sólo se están considerando pequeñas variaciones entorno a los valores de continua, por el Principio de Superposición, resulta que

$$v_{BE} = V_{BE} + v_{be}(t) \quad v_{be}|_{\max} \ll V_{BE} \quad (12.9)$$

Para estudiar las relaciones entre corrientes y tensiones, aplicamos el modelo de control de carga:

$$i_B(t) = -\frac{q_B}{\tau_B} - \frac{\partial q_B}{\partial t}$$

donde,

$$q_B(t) \equiv -qA \int_0^{w_B} n_B'(x) dx \cong -qA \int_0^{w_B} n_B(x) dx = -qA \int_0^{w_B} n_B(0) \left(1 - \frac{x}{w_B}\right) dx$$

$$q_B(t) = -qA \frac{n_B(0)w_B}{2} = -\frac{1}{2}qAw_B n_{BO} \exp\frac{v_{BE}(t)}{V_T} = -\frac{1}{2}qAw_B n_{BO} \exp\frac{V_{BE} + v_{be}(t)}{V_T}$$

$$q_B(t) = -\frac{1}{2}qAw_B n_{BO} \exp\frac{V_{BE}}{V_T} \exp\frac{v_{be}(t)}{V_T} = Q_B \exp\frac{v_{be}(t)}{V_T} \cong Q_B \left[1 + \frac{v_{be}(t)}{V_T}\right]$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} q_B(t) &= Q_B + q_b(t) \\ Q_B &= -\frac{1}{2}qAw_B n_{BO} \exp\frac{V_{BE}}{V_T} \\ q_b(t) &= \frac{Q_B}{V_T} v_{be}(t) \end{aligned} \quad (12.10)$$

Según la ecuación (12.10), la carga total acumulada en la base es la suma de dos componentes: Carga acumulada en la base debido a la polarización,  $Q_B$ ; Componente de señal,  $q_b(t)$ , que además es directamente proporcional a la componente de señal de la tensión,  $v_{be}(t)$ . Esta linealidad entre las componentes de señal de la carga y de la tensión implica que el **BJT se comportará como un dispositivo lineal frente a las componentes incrementales de corriente y tensión**, ya que la carga de base y las corrientes en los terminales están relacionadas a través de las ecuaciones lineales del

modelo de control de carga.

En efecto, introduciendo la ecuación (12.10) en las expresiones de  $i_b(t)$  e  $i_c(t)$  resulta que:

$$i_B(t) = -\frac{Q_B}{\tau_B} - \frac{q_b(t)}{\tau_B} - \frac{\partial q_b(t)}{\partial t}$$

$$i_B(t) = -\frac{Q_B}{\tau_B} - \frac{Q_B v_{be}(t)}{V_T \tau_B} - \frac{Q_B}{V_T} \cdot \frac{\partial v_{be}(t)}{\partial t}$$

$$i_C(t) = -\frac{Q_B}{\tau_T} - \frac{q_b(t)}{\tau_T} = -\frac{Q_B}{\tau_T} - \frac{Q_B}{V_T \tau_T} \cdot v_{be}(t)$$

Es decir,

$i_B(t) = I_B + i_b(t)$ $I_B = -\frac{Q_B}{\tau_B}$ $i_b(t) = \frac{I_B}{V_T} \cdot v_{be}(t) + \frac{I_B \tau_B}{V_T} \cdot \frac{\partial v_{be}(t)}{\partial t} \quad (a)$ $i_C(t) = I_C + i_c(t)$ $I_C = -\frac{Q_B}{\tau_T}$ $i_c(t) = \frac{I_C}{V_T} \cdot v_{be}(t) \quad (b)$	(12.11)
--	---------

Las ecuaciones (12.11) nos dicen que  $i_B(t)$  e  $i_C(t)$  son la suma de dos componentes: componente continua -de polarización- y componente de señal –alterna-. Además, tal y como se ha comentado anteriormente, existe una dependencia lineal entre las componentes de señal de las tensiones y corrientes, dependencia que en el caso de la polarización es exponencial. Por lo tanto, podemos resolver el problema de la

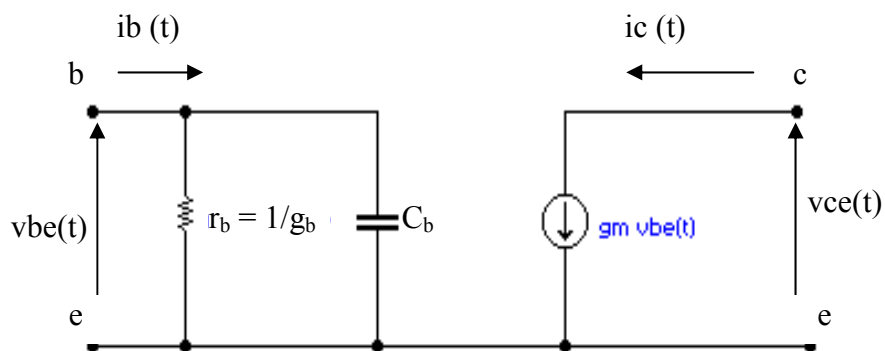
polarización y el problema de pequeña señal por separado.

En lo que se refiere a las componentes de señal, ecuaciones (12.11a) y (12.11b), resulta que,

$$\begin{aligned}
 i_b(t) &= g_b v_{be}(t) + C_d \frac{\partial v_{be}(t)}{\partial t} \\
 i_c(t) &= g_m v_{be}(t) \\
 g_b = g_\pi &\equiv \frac{I_B}{V_T} \quad \text{"conductancia de entrada"} \\
 C_d = C_\pi = C_b &\equiv \frac{I_B \tau_B}{V_T} = g_b \tau_B \quad \text{"capacidad de difusion de la u.emisor-base"} \\
 g_m &\equiv \frac{I_C}{V_T} \quad \text{"transconductancia"}
 \end{aligned}
 \tag{12.12}$$

Lo más importante es que los elementos de circuito  $g_b$ ,  $g_m$  y  $C_d$  dependen del punto de polarización.

Las ecuaciones (12.12) pueden ser consideradas como las ecuaciones del siguiente circuito:

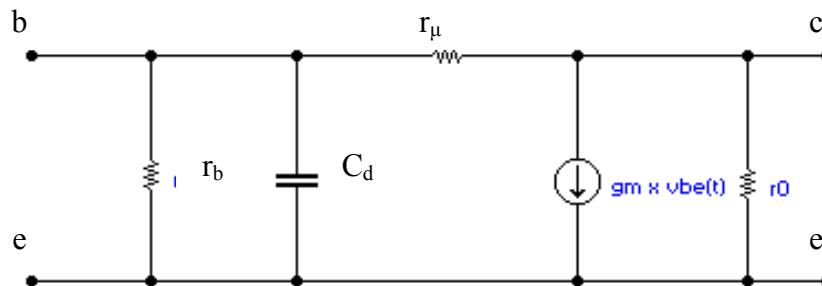


**Figura 12.8.-** Circuito equivalente de un BJT para pequeña señal en la configuración de emisor común. Circuito híbrido- $\pi$ .

Las ecuaciones (12.12) han sido deducidas para un npn, pero tal y como están expresadas servirían para un pnp. En principio, los sentidos de las corrientes serían los indicados en la Figura 12.8, pero a la hora de definir  $g_b$ ,  $g_m$  y  $C_d$  habría que tener en cuenta los sentidos de  $I_B$  e  $I_C$ . Por eso, se pueden definir  $g_b$ ,  $g_m$  y  $C_d$  en valor siempre positivo y cambiar los sentidos de las corrientes cuando estemos trabajando con un pnp.

En la deducción de las ecuaciones (12.12), o lo que es equivalente en el circuito de la Figura 12.8, no se ha tenido en cuenta el Efecto Early.

Si tenemos en cuenta el Efecto Early, tanto la  $i_b(t)$  como  $i_c(t)$  se verán afectadas. Por lo tanto,



**Figura 12.9.-** Circuito híbrido- $\pi$  con Efecto Early

siendo,

$$r_o = \frac{1}{g_o} \quad g_o \equiv \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{CE}, V_{BE}}$$

$$r_\mu = \frac{1}{g_\mu} \quad g_\mu \equiv \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{CE}, V_{BE}}$$

NOTA: Si no tenemos en cuenta el Efecto Early  $\Leftrightarrow w_B = cte \Rightarrow g_\mu = g_o = 0 \Leftrightarrow r_\mu = r_o = \infty$ . En la mayor parte de los casos prácticos,  $g_\mu$  es al menos 100 veces más pequeño que  $g_o$ , por lo que suele ignorarse en muchas aplicaciones de circuito.

Por otra parte, hasta ahora, en la deducción del modelo de control de carga no se han tenido en cuenta las variaciones de carga en las zonas dipolares debido a los cambios de tensión (sólo se han tenido en cuenta las variaciones de carga en la zona neutra de la base). Las variaciones en las zonas de carga darían lugar a nuevos términos de corriente que habría que sumar algebraicamente en las ecuaciones del modelo de control de carga, y se modelan a través de dos capacidades de unión, tal y como se explicó en el caso del diodo. Reproduciendo de nuevo aquel resultado,

$$\begin{aligned}
 C_{JE} &= \frac{C_{JEO}}{\left[1 - \frac{V_{BE}}{\phi_{TE}}\right]^m} \\
 C_{JC} = C_{\mu} &= \frac{C_{JCO}}{\left[1 - \frac{V_{BC}}{\phi_{TC}}\right]^m}
 \end{aligned}
 \tag{12.13}$$

donde  $C_{JEO}$  y  $C_{JCO}$  son las capacidades asociadas a las uniones de emisor y colector cuando no hay tensiones aplicadas;  $\phi_{TE}$  y  $\phi_{TC}$  son los potenciales termodinámicos de las uniones de emisor y colector; y  $m$  es un parámetro empírico que toma el valor de 2 para el caso de la unión abrupta, y un valor de 3 para el caso de la unión gradual.

En definitiva, el circuito equivalente del BJT para pequeña señal resulta:

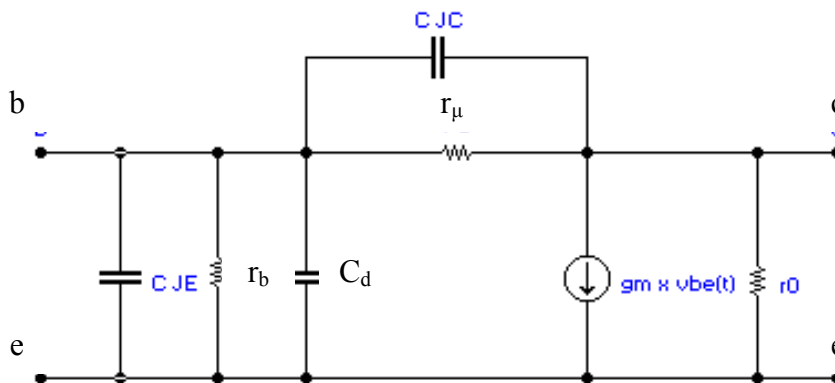


Figura 12.10.- Circuito híbrido  $\pi$  de alta frecuencia

$C_{JE}, C_{JC}$  modelan las variaciones de carga en las zonas de carga de espacio.

$r_{\mu}, r_o$  tienen en cuenta el “Efecto Early”.

NOTAS:

- A bajas frecuencias todos los efectos capacitivos son despreciables.
- El modelo de la Figura 12.10 es válido hasta frecuencias del orden de los MHz.
- Otras relaciones,

$$g_m \equiv \frac{I_C}{V_T}$$

$$C_d = C_{\pi} \equiv g_b \tau_B = \frac{I_B}{V_T} \cdot \tau_B = \frac{I_C}{\beta \cdot V_T} \cdot \tau_B = \frac{g_m}{\beta} \cdot \tau_B = g_m \cdot \tau_T$$

$$g_m = \beta g_b$$

- Si consideramos el circuito de la Figura 12.8 y una señal de entrada sinusoidal de la forma,

$$v_{be} = V_{be} \exp j\omega t$$

resulta que,

$$i_b(t) = g_b V_{be} \exp j\omega t + j\omega C_d V_{be} \exp j\omega t$$

$$i_b(t) = I_b \exp j\omega t \quad I_b = (g_b + j\omega C_d) V_{be}$$

$$i_c(t) = g_m V_{be} \exp j\omega t = I_c \exp j\omega t \quad I_c = g_m V_{be}$$

$$\frac{i_c(t)}{i_b(t)} = \frac{I_c}{I_b} = \frac{g_m}{g_b + j\omega C_d} \tag{12.14}$$

La ecuación (12.14) nos indica que la ganancia directa de corriente en la configuración de emisor común (antes, en estática,  $\beta$ ), en dinámica no es una magnitud constante sino que es función de la frecuencia. Sólo en el caso de bajas frecuencias, cuando los términos capacitivos son despreciables, coincidirá con la ganancia de corriente continua,

$$\frac{i_c(t)}{i_b(t)} = \frac{I_c}{I_b} = \frac{I_C}{I_B}$$

### 12.4.1.- Recta de carga dinámica

Volviendo de nuevo al circuito de la Figura 12.7 y sustituyendo el BJT por su circuito equivalente, el correspondiente circuito para el estudio de las componentes de señal resulta ser,

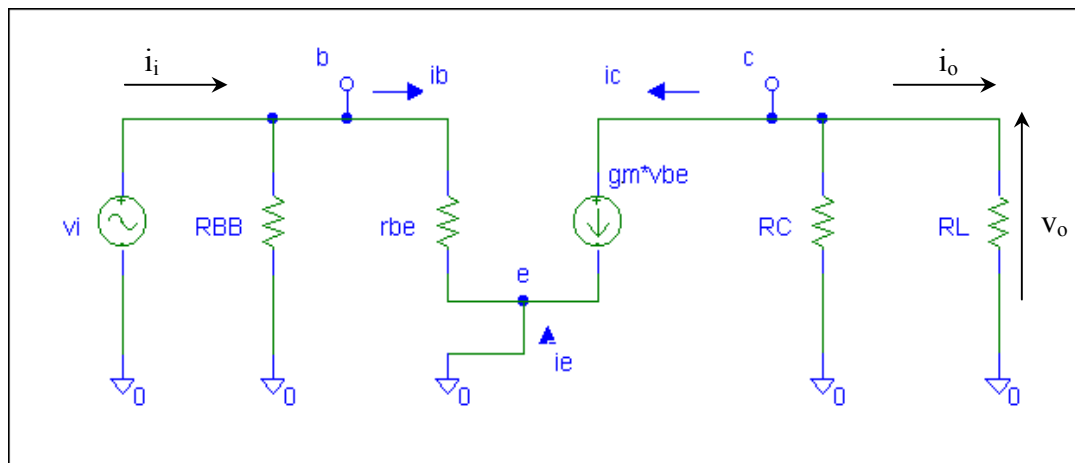


Figura 12.11.- Circuito simplificado de pequeña señal, considerando bajas frecuencias

Puesto que las relaciones entre las componentes de señal son lineales, podemos expresar la ecuación de los puntos en los que en cada instante de tiempo se van a encontrar los valores totales de la corriente de colector y la tensión colector-emisor,  $i_c(t)$ ,  $v_{ce}(t)$ . Dicha ecuación, que pasa por el punto Q (Figura 12.12), es la denominada “*recta de carga dinámica*” pues viene impuesta por el circuito externo:

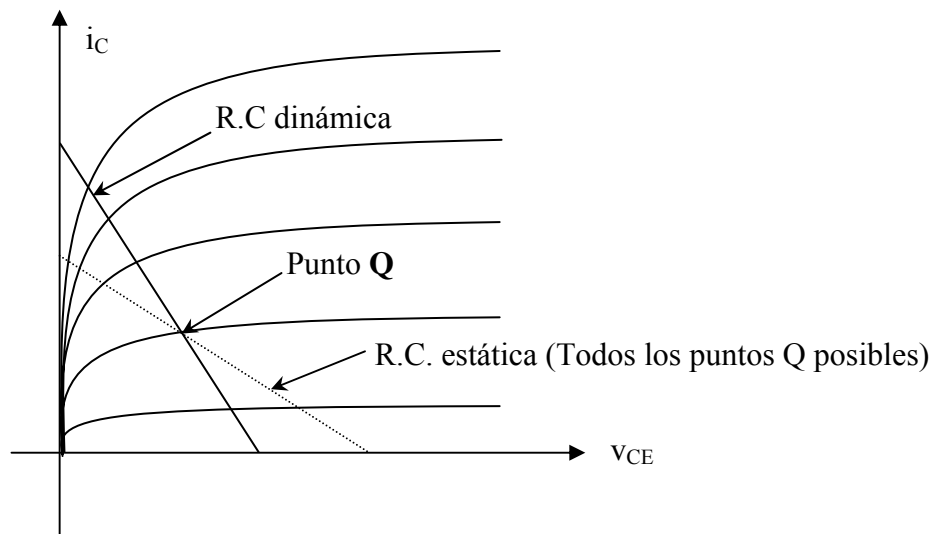
$$i_c(t) - I_{CQ} = -\frac{1}{R_C // R_L} (v_{ce}(t) - V_{CEQ})$$

La pendiente de dicha recta viene determinada por la relación entre las componentes de señal,  $i_c(t)$  y  $v_{ce}(t)$ .

Si la amplitud de la señal de entrada es muy grande, los valores de  $v_{ce}$  e  $i_c$  pueden llegar, en una primera aproximación, a ser incluso negativos. Esto supondría la



salida del transistor de la región activa para adentrarse en la región de saturación o corte. Pero en tal caso, no se cumplirán las relaciones lineales empleadas hasta ahora y por lo tanto las tensiones y corrientes de salida no tendrán la misma forma que la señal de entrada, apareciendo el fenómeno conocido como distorsión. En los amplificadores de audio, la distorsión (falta de linealidad) se traduce en armónicos indeseados: ruido.



**Figura 12.12.-** Rectas de carga estática y dinámica para un npn según el circuito de la Figura 12.7.

Cuando,  $i_c = 0$  entraremos en la región de corte (el circuito no permite para el caso de un transistor npn que  $i_c < 0$ ):

$$v_{CE} = V_{CE} + I_C \cdot (R_C // R_L) \quad v_{ce} = I_C \cdot (R_C // R_L)$$

Por lo tanto existe una  $v_{CEmax}$ .

En saturación,  $v_{CE} \cong 0$  (el circuito no permite en el caso de un transistor npn que  $v_{CE}$  sea negativa):

$$i_C = I_C + V_{CE} / (R_C // R_L) \rightarrow i_c = V_{CE} / (R_C // R_L)$$

y esto nos lleva a una determinada  $i_{Cmax}$ .

Por lo tanto, existe un límite tanto para la amplificación como una amplitud de salida máxima sin distorsión. **Se conoce como rango dinámico a la amplitud de salida máxima que podemos obtener sin distorsión alguna.** En este caso, la expresión  $\min (v_{CE\max} - V_{CE}; V_{CE} - v_{CE\min})$  nos da el rango dinámico (la amplitud máxima de la señal de salida alterna que podemos obtener sin distorsión), Figura 12.13.

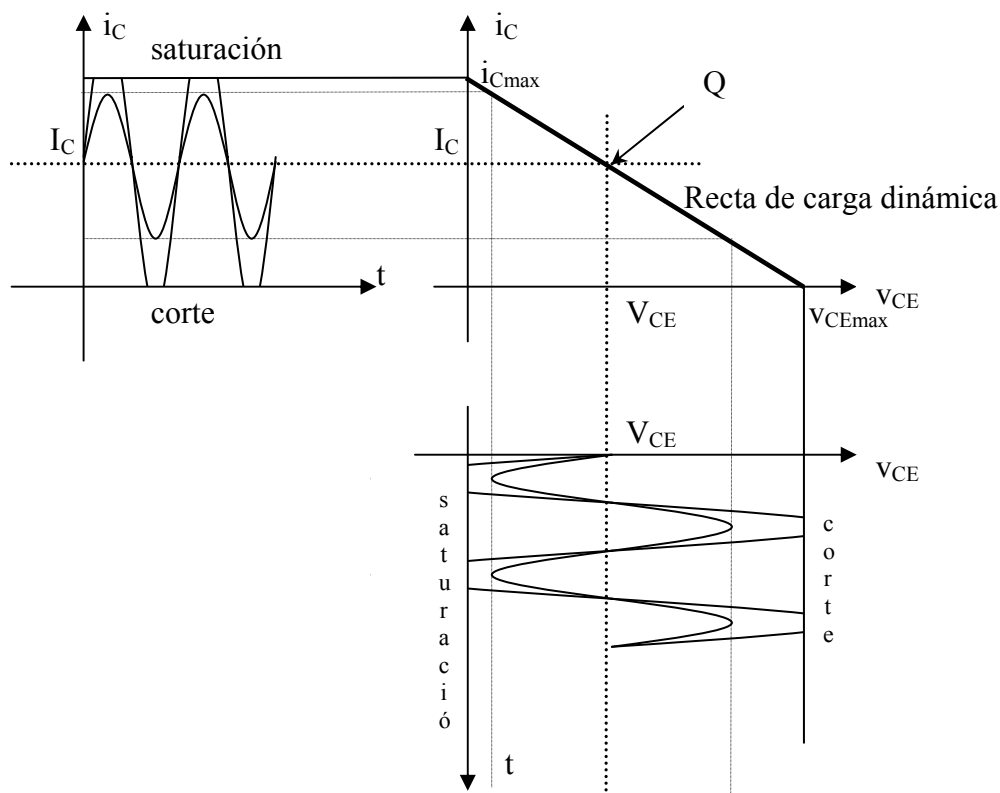


Figura 12.13.- Distorsión y rango dinámico.

**Nota:** Siempre se cumplirá que  $v_{CE\max} < V_{CC}$  puesto que:

$$v_{CE\max} = V_{CE} + I_C \cdot (R_C // R_L)$$

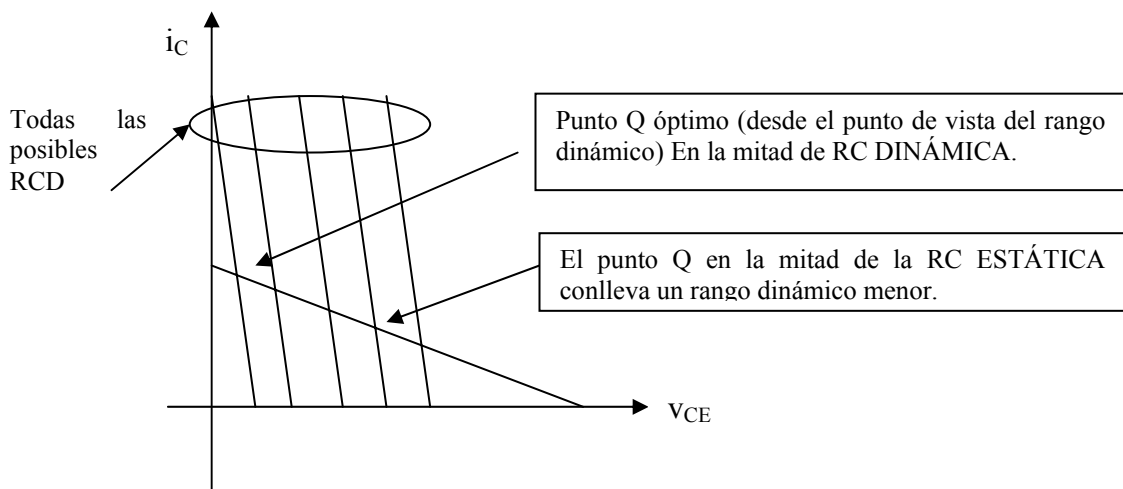
$$\text{y } V_{CC} = V_{CE} + I_C \cdot R_C (R_C // R_L) < R_C$$

**Para obtener el mayor rango dinámico,** interesará que el punto Q se encuentre

en la mitad de la recta de carga dinámica. Si desde esta situación movemos el punto Q hacia la saturación o corte, se ve que se reducirá el rango dinámico (Figura 12.14).

Por lo tanto, si el punto Q se encuentra en la mitad de la recta de carga dinámica,  
 $v_{CE\max} = 2 \cdot V_{CE}$       y       $i_{C\max} = 2 \cdot I_C$ . Esto es,

$$\frac{i_{C\max}}{v_{CE\max}} = m_{RCD} = \frac{I_C}{V_{CE}}$$



**Figura 12.14.-** Obtención del mayor rango dinámico

Interesará, además, que la pendiente de la recta de carga dinámica sea lo menor posible (con el objeto de obtener la mayor longitud). Esta última condición se verificará cuando las rectas de cargas estática y dinámica sean iguales. Normalmente el punto Q no tiene por qué estar centrado en la recta de carga estática, pero si las dos rectas son iguales y situamos el punto Q en el centro de ambas, obtendremos **el mayor de los mayores rangos dinámicos** posibles para un circuito dado.

## 12.5.- EL BJT COMO CUADRIPOLO. PARÁMETROS HÍBRIDOS. FRECUENCIAS DE CORTE.

Por lo que se ha visto en el apartado anterior, el cálculo analítico de los circuitos amplificadores de pequeña señal se reduce a un problema de circuitos una vez que se ha sustituido el BJT por su circuito equivalente.

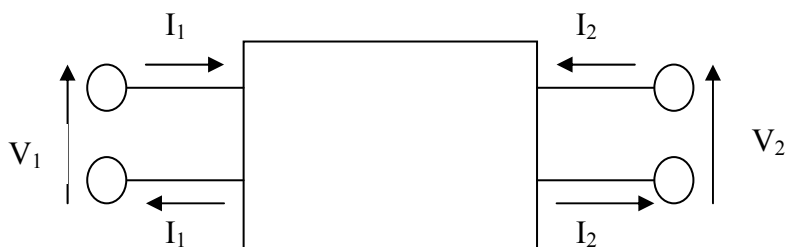
Siguiendo en esta línea, y teniendo en cuenta el comportamiento lineal del BJT en pequeña señal, resulta que, desde un punto de vista funcional, al BJT se le puede aplicar la teoría de los cuadripolos lineales. En concreto, en el caso del BJT se suele trabajar con los parámetros híbridos “ $h$ ”.

¿Qué ventajas ofrece la teoría de los cuadripolos lineales?. Por una parte, los parámetros “ $h$ ” pueden medirse experimentalmente. Por otra, en el apartado anterior nos hemos limitado al estudio de la configuración de emisor común en régimen de pequeña señal a bajas frecuencias en las que los efectos capacitivos del BJT eran despreciables. El aumento de la frecuencia, hace que tengamos que utilizar el modelo híbrido  $\pi$  completo dificultando, de esta manera, la resolución del circuito. Con la teoría de cuadripolos lineales, el circuito a resolver es siempre el mismo con independencia de la frecuencia y configuración utilizada para el BJT.

En este apartado, se aplicará la teoría de los cuadripolos lineales al BJT; Se establecerá una relación entre los parámetros “ $h$ ” y los del circuito equivalente físico del BJT y se analizarán los límites superiores de frecuencia que restringen el uso del BJT como amplificador, relacionando dichos límites con las características del BJT.

### 12.5.1.- Parámetros híbridos

¿Qué es un cuadripolo?. En síntesis, un cuadripolo es cualquier circuito que pueda disponer de dos terminales de entrada y dos de salida, Figura 12.15. Este circuito



**Figura 12.15.-** Esquema para la definición de un cuadripolo con los criterios de signo de las tensiones y corrientes en los terminales.

puede entonces describirse por cuatro variables, que son las corrientes y tensiones de los terminales de entrada y salida. En cada caso, dos de estas variables pueden considerarse independientes y las otras dos, dependientes. Puesto que el circuito funciona linealmente, las variables están relacionadas entre sí por un conjunto de ecuaciones lineales que relacionan las corrientes y tensiones del cuadripolo definiendo así una serie de **parámetros**. Existen seis posibles combinaciones para expresar dos de las variables en función de las otras dos. De estos seis posibles grupos de parámetros sólo se va a desarrollar uno de ellos, los denominados “**Parámetros Híbridos**” o “**Parámetros h**” llamados así por no ser dimensionalmente homogéneos. Esto es, se elegirá

$I_1, V_2$  variables independientes

$V_1, I_2$  variables dependientes

con lo que,

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{aligned} \right\} \quad (12.15)$$

Los cuatro parámetros “*h*” dependen de, y caracterizan al circuito encerrado en la caja de la Figura 12.15. Conocido el circuito, pueden calcularse dichos parámetros pero, lo que es más importante, estos parámetros pueden **medirse** con facilidad sin necesidad de conocer el circuito. En efecto, de las ecuaciones (12.15) es inmediato que:

$$\begin{aligned} h_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} & h_{12} &= \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \\ h_{21} &= \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} & h_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \end{aligned}$$

Estas relaciones, que pueden considerarse como definiciones de los parámetros “ $h$ ”, sugieren a la vez el nombre dado a cada parámetro y el procedimiento experimental para medirlos. Así:

$h_{11}$  = impedancia de entrada con la salida en cortocircuito,  $\Omega = h_i$

$h_{22}$  = admitancia de salida con la entrada en circuito abierto,  $\Omega^{-1} = h_o$

$h_{12}$  = ganancia inversa de tensión con la entrada en circuito abierto =  $h_r$

$h_{21}$  = ganancia directa de corriente con la salida en cortocircuito =  $h_f$

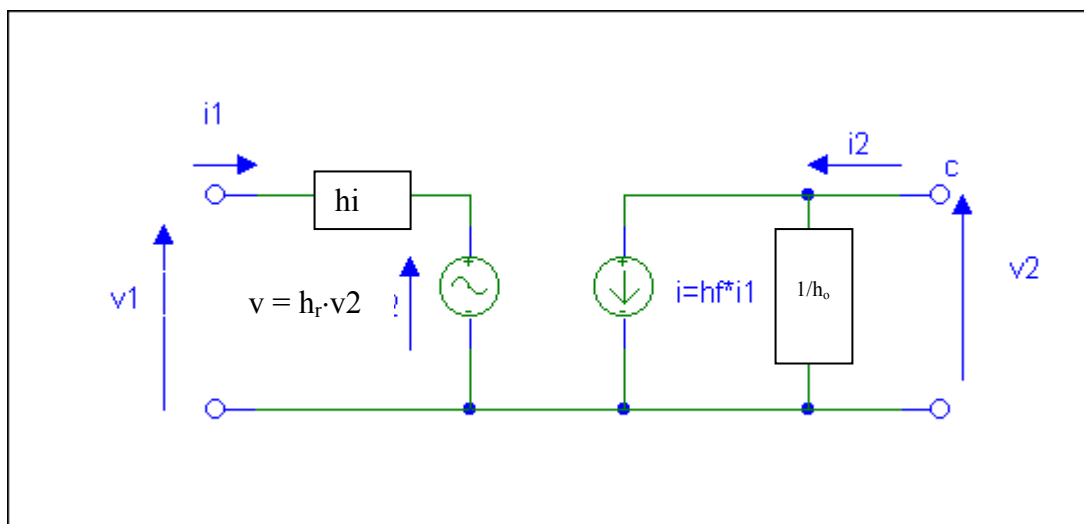


Figura 12.16.- Representación circuital de las ecuaciones (12.15).

Puesto que en régimen de pequeña señal, el BJT tiene un comportamiento lineal, el circuito encerrado en la caja de la Figura 12.15 puede ser el circuito equivalente del BJT en pequeña señal (modelo híbrido en  $\pi$ ). Por lo tanto, el BJT puede caracterizarse por cuatro parámetros “ $h$ ” que pueden medirse experimentalmente (Figura 12.16). Además, puesto que el BJT puede ser utilizado en las configuraciones de emisor, base o colector común, para cada una de ellas pueden escribirse ecuaciones similares a las ecuaciones (12.15). Esto es, para cada configuración pueden definirse cuatro parámetros “ $h$ ” de ahí que se acostumbra añadir el subíndice e, b y c (emisor, base y colector

respectivamente) para indicar la configuración utilizada. Ni qué decir tiene que existe una relación entre todos los parámetros que según la teoría de cuadripolos pueden definirse para el BJT, entre los parámetros para las diferentes configuraciones y entre los parámetros de una determinada configuración y los parámetros del circuito híbrido  $\pi$ . En la tabla de la Figura 12.17 se indican los parámetros “ $h$ ” en las configuraciones de base y colector común en función de los parámetros “ $h_e$ ”. De igual manera, en la ecuación (12.16) se expresa la relación entre “ $h_{fe}$ ” y los parámetros del circuito híbrido  $\pi$  sin efecto Early.

Parámetro	$h_i$	$h_f$	$h_r$	$h_o$
<b>Base común</b>	$\frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}$	$-\frac{h_{fe}}{h_{fe} + 1}$	$\frac{h_{ie} \cdot h_{oe}}{h_{fe} + 1} - h_{re}$	$\frac{h_{oe}}{h_{fe} + 1}$
<b>Colector común</b>	$h_{ie}$	$-(h_{fe} + 1)$	1	$h_{oe}$

**Figura 12.17.-** Parámetros “ $h$ ” en las configuraciones de base y colector común en función de los de emisor común.

$$h_{21e} = h_{fe} = \frac{g_m - j\omega C_{JC}}{g_\pi + j\omega(C_d + C_{JE} + C_{JC})} \quad (12.16)$$

**NOTAS:**

- **Debe señalarse que, si aplicamos la teoría de cuadripolos al BJT en pequeña señal, las corrientes y tensiones de entrada y salida tienen sus sentidos ya definidos por la propia teoría, con independencia de si dichos sentidos coinciden o no con los sentidos de las tensiones y corrientes en el BJT. Esto es, los sentidos son siempre los indicados en la Figura 12.15.**
- **Además, tal y como se observa en la ecuación (12.16), la frecuencia de trabajo se encuentra ya implícita en la propia definición de los parámetros.**

Si los elementos del circuito híbrido  $\pi$  dependían del punto Q, cualquiera de los parámetros que se definan para el BJT según la teoría de cuadripolos también van a

depender del punto Q. En la tabla de la Figura 12.18 se indican los valores típicos de los parámetros “h” para las tres configuraciones de un BJT típico medidos a una  $I_E = 1,3 \text{ mA}$ . Debido a estos valores (especialmente  $h_f$  y  $h_r$ ), la configuración de emisor común será (como comprobaremos en el tema 14) la que proporcionará los valores de amplificación de tensión y corriente más elevados ( $A_V$  y  $A_I$ ).

Además, si se observan los valores de “h” en la configuración de emisor común CE, resulta que para la mayor parte de las aplicaciones  $h_{ie}$  y  $h_{fe}$  son suficientes para el análisis de circuitos amplificadores de baja frecuencia, suponiendo que la resistencia equivalente de carga cumpla la siguiente condición  $h_{oe}R_{Lequiv} < 0,1$ . En la Figura 12.19 se representa dicho modelo simplificado, con el que el error cometido en el cálculo de  $A_V$ ,  $A_I$ ,  $Z_{in}$  y  $Z_{out}$  es inferior al 10%. Si sólo se conoce el valor de los parámetros “h”, y el BJT está siendo utilizado en otra configuración, puede también emplearse este circuito simplificado conectando adecuadamente los tres electrodos correspondientes.

Parámetro	CE	CC	CB
$h_{11} = h_i$	1100 $\Omega$	1100 $\Omega$	21,6 $\Omega$
$h_{12} = h_r$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$\cong 1$	$2,9 \cdot 10^{-4}$
$h_{21} = h_f$	50	- 51	- 0,98
$h_{22} = h_o$	24 $\mu\text{A/V}$	25 $\mu\text{A/V}$	0,49 $\mu\text{A/V}$
$1/h_o$	40 k $\Omega$	40 k $\Omega$	2,04 M $\Omega$

Figura 12.18.- Valores típicos de los parámetros h de un transistor (a  $I_E = 1,3 \text{ mA}$ ).

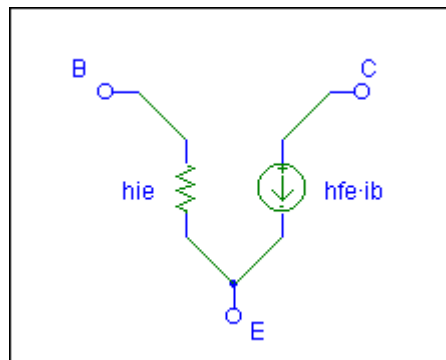


Figura 12.19.- Modelo híbrido simplificado que se puede emplear para las tres configuraciones en CE, CB y CC.



### 12.5.2.- Frecuencias de corte

Según la ecuación (12.16),

$$h_{21e} = h_{fe} = \frac{g_m - j\omega C_{JC}}{g_\pi + j\omega(C_d + C_{JE} + C_{JC})}$$

En los BJT's reales, en el margen de las frecuencias de funcionamiento,  $\omega C_{JC} \ll g_m \Rightarrow$

$$h_{fe} \cong \frac{g_m}{g_\pi + j\omega(C_d + C_{JE} + C_{JC})}$$

$$h_{fe} \cong \frac{g_m g_b - j\omega g_m (C_b + C_{JE} + C_{JC})}{g_b^2 + \omega^2 (C_b + C_{JE} + C_{JC})^2}$$

$$|h_{fe}| = \frac{1}{g_b^2 + \omega^2 (C_b + C_{JE} + C_{JC})^2} \sqrt{g_m^2 g_b^2 + \omega^2 g_m^2 (C_b + C_{JE} + C_{JC})^2} \quad (12.17)$$

La expresión (12.17) presenta dos asíntotas:

- A bajas frecuencias, los términos capacitivos son despreciables frente a los resistivos  $\Rightarrow |h_{fe}|_{\omega \downarrow} \cong \frac{g_m g_b}{g_b^2} \Rightarrow |h_{fe}|_{\omega \downarrow} \rightarrow \beta$  (12.18)
- A altas frecuencias, los términos capacitivos son los dominantes  $\Rightarrow$

$$|h_{fe}|_{\omega \uparrow} \cong \frac{\omega g_m (C_b + C_{JE} + C_{JC})}{\omega^2 (C_b + C_{JE} + C_{JC})^2} \Rightarrow |h_{fe}|_{\omega \uparrow} \rightarrow \frac{\beta}{\omega \left[ \frac{C_b + C_{JE} + C_{JC}}{g_b} \right]} \quad (12.19)$$

con lo que  $|h_{fe}| \downarrow$  a medida que  $\omega \uparrow$ .

Se denomina “**frecuencia de transición**”,  $w_T$ , la frecuencia a la cual  $|h_{fe}| = 1$ .

Por lo tanto,

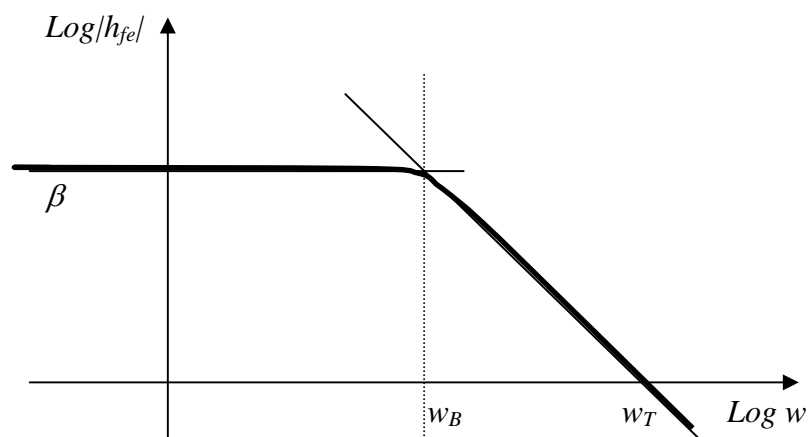
$$2\pi f_T = w_T = \frac{\beta g_b}{C_b + C_{JE} + C_{JC}} = \frac{g_m}{C_b + C_{JE} + C_{JC}} \quad (12.20)$$

Por encima de esta frecuencia,  $|h_{fe}| < 1 \Rightarrow A_I$  también lo será. Sin embargo,  $A_V$  puede ser mayor que la unidad incluso para  $w > w_T$ . El límite superior absoluto de uso del BJT como amplificador viene determinado por “**la frecuencia máxima de oscilación**” definida como aquélla para la que la ganancia de potencia se hace igual a la unidad.

$$A_p = A_V A_I$$

Un valor de frecuencia importante es aquél para el cual comienza la caída del  $|h_{fe}|$ . Por lo tanto, sin más que igualar las ecuaciones (12.18) y (12.19) resulta que:

$$w_\beta = \frac{g_b}{C_b + C_{JE} + C_{JC}} = \frac{w_T}{\beta} \quad (12.21)$$



**Figura 12.20.-** Diagrama logarítmico de la variación  $|h_{fe}|$  en función de la frecuencia angular  $w$ .