

1.- Construir las tablas de verdad de las siguientes expresiones:

a.- no-(si A entonces B)

b.- no-(A o B)

2.- Demostrar por inducción la siguiente igualdad:

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3.- Construir las tablas de verdad de las siguientes expresiones:

a.- no-(A y B)

b.- no-A o no-B

c.- no-A y no-B

d.- no-(A y no-B)

4.- Comprobar, construyendo las tablas de verdad, que las siguientes expresiones son leyes lógicas (es decir, solamente toman valores verdaderos para cualesquiera valores de las expresiones elementales que la constituyen.)

a.-  $(A \implies B) \iff (\text{no-B} \implies \text{no-A})$

b.-  $\text{no-(A o B)} \iff \text{no-A y no-B}$

5.- Demostrar por inducción las siguientes igualdades:

a.-  $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$

b.-  $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

c.-  $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

d.-  $\sum_{k=1}^n k \cdot (k!) = (n+1)! - 1$

e.-  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$

6.- Utilizar alguna de las fórmulas del ejercicio anterior para demostrar que el cubo de cualquier número entero es la diferencia de los cuadrados de dos números enteros.

7.- Calcular la solución de la ecuación

$$(x^2 + x + 1) + (x^2 + 2x + 3) + (x^2 + 3x + 5) + \cdots + (x^2 + 20x + 39) = 4500$$

*Indicación:* usar las fórmulas del ejercicio 5.-.

8.- ¿Cuántos subconjuntos tiene un conjunto de  $n$  elementos?

9.- Mi hermano me lleva ocho años. Si hace tres años su edad era el triple que la mía, ¿dentro de cuántos años su edad será el doble que la mía?

10.- Demostrar por reducción al absurdo que no existe ningún número racional cuyo cuadrado sea 2. (Lo que estamos demostrando es que  $\sqrt{2}$  es un número irracional).