1.– Calcular:

a.– $\displaystyle\int \tan x\,dx = -\ln(\cos x) + C$

b.– $\displaystyle\int \frac{2x^2+9x+1}{x^3-3x-2}\,dx = -\frac{2}{x+1} + 3\ln|x-2| - \ln|x+1| + C$

c.– $\displaystyle\int \frac{x+1}{x-1}\,dx = x + 2\ln|x-1| + C$

d.– $\displaystyle\int \ln x\,dx = x\ln|x| - x + C$

e.– $\displaystyle\int \cos^5 x\,dx = \frac{5}{8}\sin x + \frac{5}{48}\sin 3x + \frac{1}{80}\sin 5x + C$

f.– $\displaystyle\int x\cdot e^x\,dx = (x-1)e^x + C$

g.– $\displaystyle\int \frac{x^3-1}{(1+x^2)^2}\,dx = \frac{1}{2}\left(\frac{1-x}{x^2+1} - \arctan x + \ln(x^2+1)\right) + C$

h.– $\displaystyle\int \frac{1}{1+e^x}\,dx = x - \ln(e^x+1) + C$

i.– $\displaystyle\int \tan^2 x\,dx = \tan x - x + C$

j.– $\displaystyle\int e^x\cdot\cos x\,dx = \frac{1}{2}e^x\left(\cos x + \sin x\right) + C$

k.– $\displaystyle\int \frac{3x+1}{x^2+2x+3}\,dx = -\sqrt{2}\arctan\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{3}{2}\ln(x^2+2x+3) + C$

l.– $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\,dx = \frac{1}{2}\arcsin(x^2) + C$

m.– $\displaystyle\int \frac{1}{7+3\,\sin\,x+7\cos x}\,dx = -\frac{1}{3}\ln\left|\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right| + \frac{1}{3}\ln\left|7\cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right| + C$

n.– $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx = -\frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} + C$

o.– $\displaystyle\int \frac{2x^5-3x^4+x^3-3x^2-6x+1}{x^5-2x^4+2x^3-4x^2+x-2}\,dx =$

$\displaystyle = 2(x-2) - \frac{7x+9}{10(x^2+1)} - \frac{89}{50}\arctan x + \frac{1}{25}\ln|x-2| + \frac{24}{50}\ln(x^2+1) + C$

p.– $\displaystyle\int x^3\sqrt{1-x}\,dx = \frac{2}{315}\left(35x^4 - 5x^3 - 6x^2 - 8x - 16\right)\sqrt{1-x} + C$

2.– Calcular el área del recinto limitado por las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^3$ en el intervalo $[-1, 1]$.

<u>*Solución*</u>   Área $= \dfrac{2}{3}$.

3.– Calcular el área encerrada por una elipse cualquiera.

<u>*Solución*</u> Área $= \pi ab$.

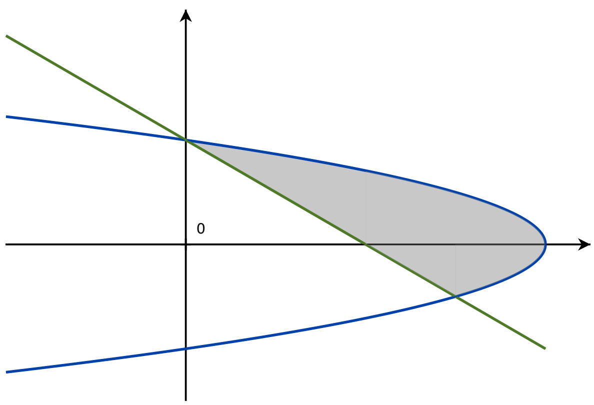
4.– Dibujar la región limitada por las curvas siguientes y calcular el área de dicha región:

$$\text{a.–} \quad x + y^2 - 4 = 0, \quad x + y = 2$$

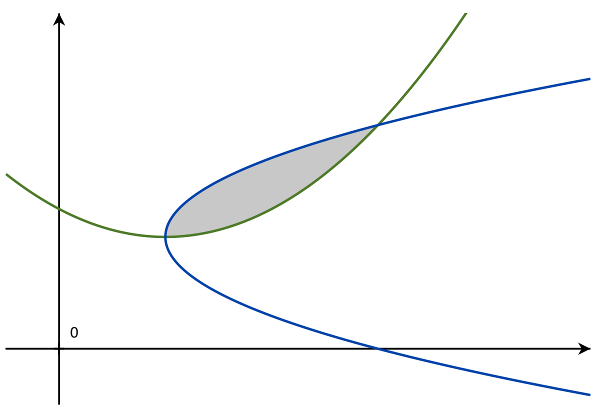
$$\text{b.–} \quad x^2 - 2x - 2y + 5 = 0, \quad y^2 - 4y - 2x + 6 = 0$$

<u>*Solución*</u>

a.– Área $= 9$.



b.– Área $= \dfrac{4}{3}$.



5.– Dada la función

$$f(x) = 3 + \frac{1}{2 - x}$$

calcular su inversa, si es que existe.

<u>*Solución*</u>

$$f^{-1}(x) = \frac{7 - 2x}{3 - x} \quad \forall\, x \in \mathbb{R} - \{2, 3\}$$

6.– Calcular la siguiente primitiva

$$\int \frac{2x+A}{x^2+4}dx$$

en función del valor de A.

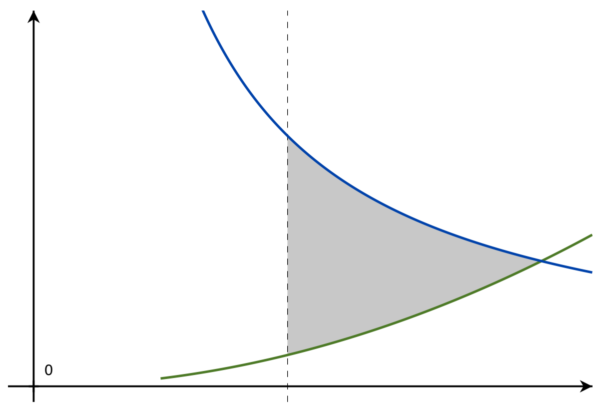
<u>Solución</u>

$$\int \frac{2x+A}{x^2+4}dx = \frac{A}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + \ln(x^2+4) + C$$

7.– Se considera el recinto finito del plano limitado por la recta $x = 1$, la parábola $y = x^2$ y la curva $y = \dfrac{8}{x}$.

Trazar un esquema del recinto y calcular su área.

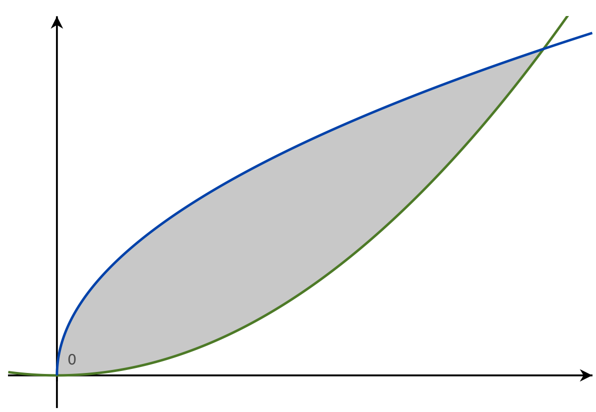
<u>Solución</u> Área $= \ln 256 - \dfrac{7}{3}$.



8.– Representar gráficamente y calcular el área de la región (finita) limitada por las curvas

$$y = \sqrt{x} \qquad\qquad y = x^2$$

<u>Solución</u> Área $= \dfrac{1}{3}$.



9.– Calcular la siguiente primitiva

$$\int \frac{x^2-A^2}{x^2+A^2}dx$$

en función del valor de A, teniendo en cuenta que $A > 0$.

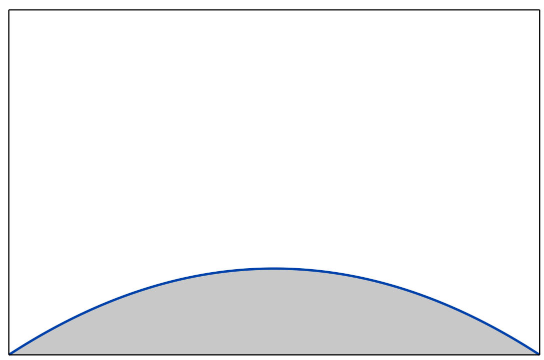
<u>*Solución*</u>

$$\int \frac{x^2 - A^2}{x^2 + A^2} dx = x - 2a \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

10.– El rectángulo de vértices $V_1 = (0, 0)$, $V_2 = (A, 0)$, $V_3 = (0, A^2)$ y $V_4 = (A, A^2)$ queda dividido en dos recintos por la curva de ecuación $f(x) = x(A - x)$.

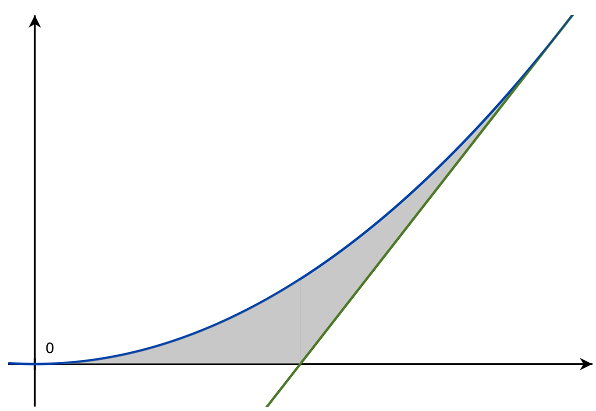
Trazar un esquema de ambos recintos y calcular sus áreas.

<u>*Solución*</u> Área sombreada $= \dfrac{a^3}{6}$. Área no sombreada $= \dfrac{5a^3}{6}$.



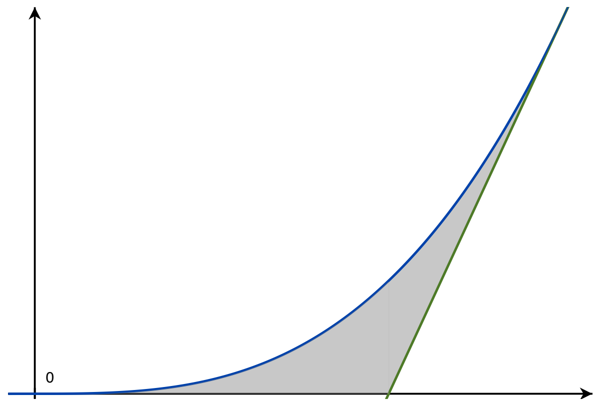
11.– Hallar el área del recinto limitado por el eje de abscisas, la parábola $y = x^2$ y la recta tangente a esta parábola en el punto de abscisa $x = 2$.

<u>*Solución*</u> Área $= \dfrac{2}{3}$.



12.– La curva $y = x^3$, su recta tangente en el punto $x = 2$ y el eje OX limitan en el primer cuadrante un recinto finito del plano. Dibujar un esquema gráfico de dicho recinto y calcular su área.

<u>*Solución*</u> Área $= \dfrac{4}{3}$.



13.– El área del recinto limitado por la curva $y = a^2 - x^2$ y el eje de abscisas es $32/3$. Hallar el valor de a.

<u>*Solución*</u> $a = 2$.

14.– Calcular la primitiva que sigue en función de a y b

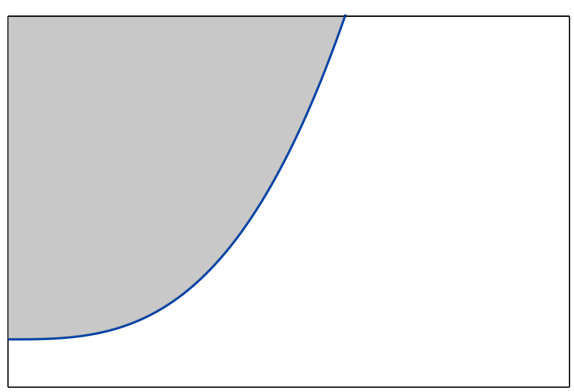
$$\int x^2 e^{ax+b} dx$$

<u>*Solución*</u>

$$\int x^2 e^{ax+b} dx = \frac{1}{3} e^{ax+b} x^3 + C$$

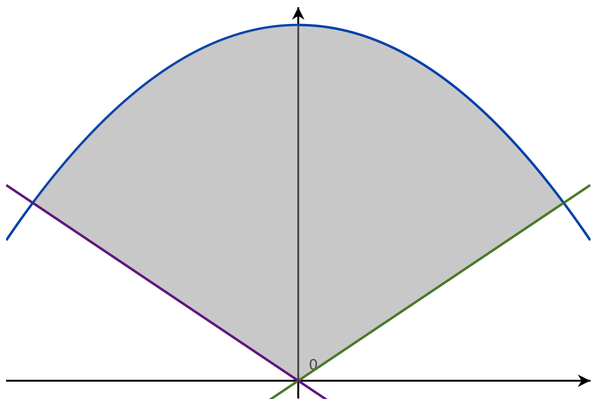
15.– Se considera el rectángulo de vértices $V_1 = (0, 27)$, $V_2 = (5, 27)$, $V_3 = (5, -4)$ y $V_4 = (0, -4)$. La curva $y = x^3$ divide a dicho rectángulo en dos zonas. Trazar un esquema gráfico y calcular el área de cada zona.

<u>*Solución*</u> Área sombreada$= \dfrac{243}{4}$. Área no sombreada$= \dfrac{3105}{4}$.



16.– Representar gráficamente y hallar el área del recinto (finito) limitado por la curva $y = 2 - x^2$ y las bisectrices de los cuadrantes primero y segundo, situado por encima del eje horizontal.

<u>*Solución*</u> Área$= \dfrac{7}{3}$.



17.– Calcular la siguiente integral indefinida en función de los parámetros a, b y c.

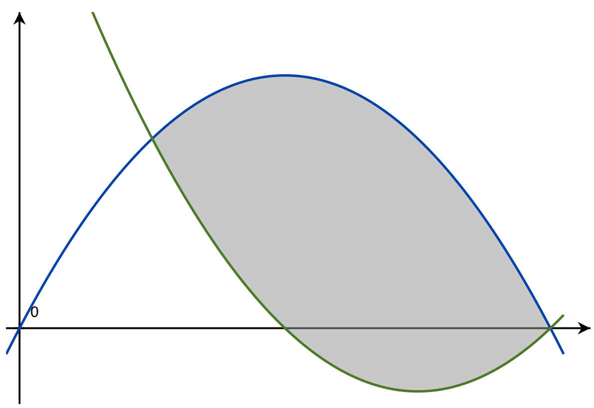
$$\int e^{ax}\left(x^2+bx+c\right)dx$$

<u>*Solución*</u>

$$\int e^{ax}\left(x^2+bx+c\right)dx=\frac{1}{a^3}\left(2-a(b+2x)+a^2(c+x(b+x))\right)+C$$

18.– Sea P_1 la parábola de ecuación $y=x(4-x)$, y sea P_2 la parábola de ecuación $y=(x-4)(x-2)$. Dibujar un esquema gráfico del recinto finito del plano limitado por dichas parábolas. hallar el área del recinto mediante cálculo integral.

<u>*Solución*</u> Área $=9$.

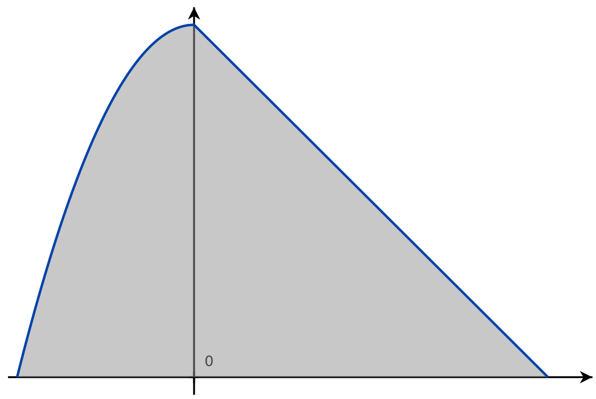


19.– Representar gráficamente la función dada por

$$f(x)=\begin{cases}4-x^2 & \text{si } -2\le x<0\\ 4-x & \text{si } 0\le x\le 4\end{cases}$$

y hallar el área de la región limitada por la gráfica de f y el eje de abscisas.

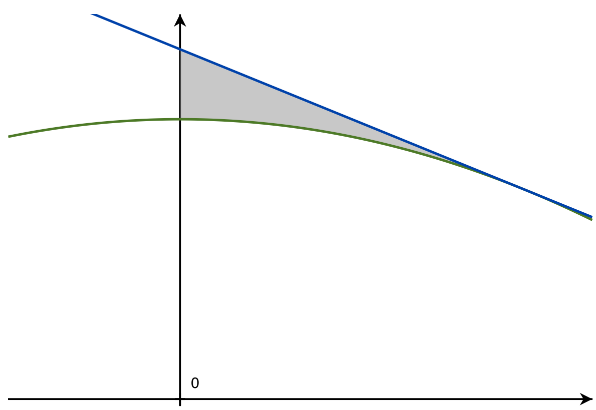
<u>*Solución*</u> Área $=\dfrac{40}{3}$.



20.– La parábola $y = 4 - x^2$, su recta tangente en $x = 1$ y el eje OY limitan un recinto finito en el plano.

Dibujar un esquema de dicho recinto y hallar su área mediante cálculo integral.

Solución Área $= \dfrac{1}{3}$.



21.– Hallar el área de la figura OAB, en la que O es el origen de coordenadas, $A = (-1, 1)$, $B = (2, 1)$, los lados OB y AB son segmentos rectilíneos y OA es un arco de la curva $y = x^2$.

Solución Área $= \dfrac{5}{3}$.