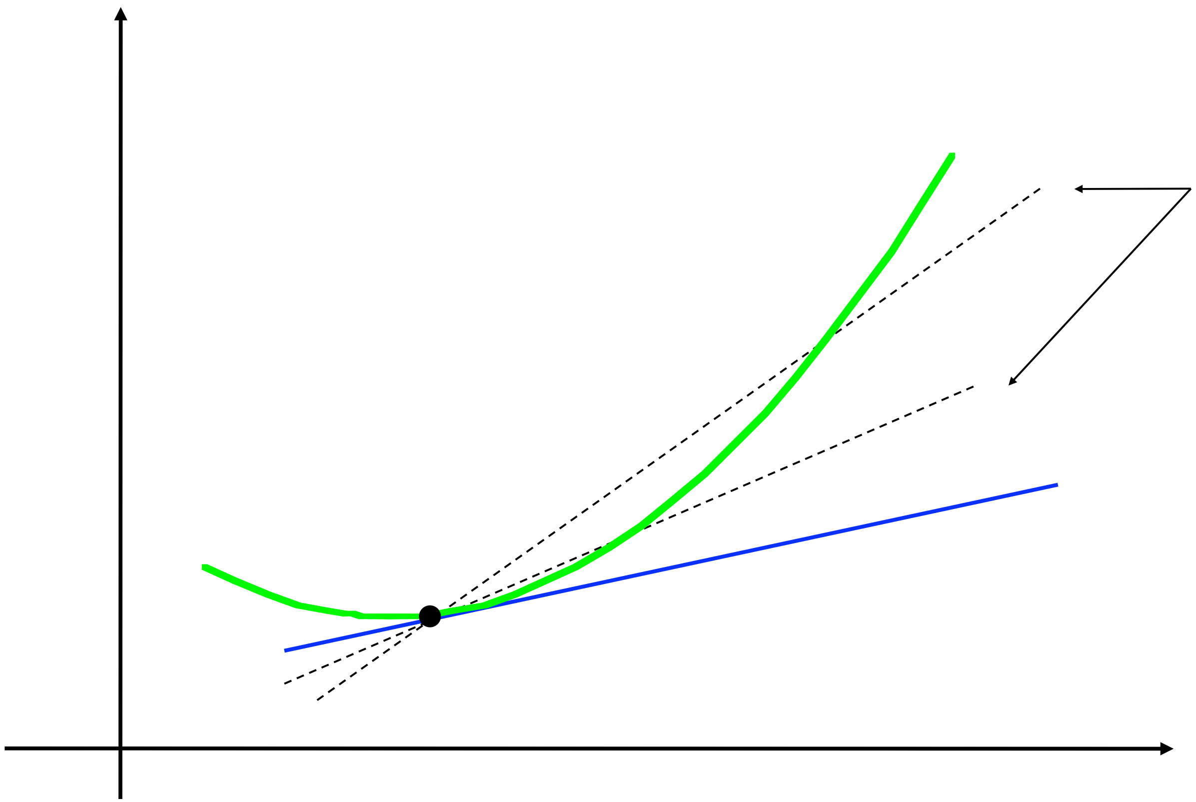
Diferenciación

El concepto de derivada de una función matemática se halla estrechamente relacionado con la noción de límite. Así, la derivada se entiende como la variación que experimenta la función de forma instantánea, es decir, entre cada dos puntos de su dominio suficientemente próximos entre sí. La idea de instantaneidad que transmite la derivada posee múltiples aplicaciones en la descripción de los fenómenos científicos, tanto naturales como sociales.

Consideremos una función *f* y elijamos un punto de su gráfica. ¿Qué recta, si existe, debería llamarse tangente a la gráfica en ese punto?



Rectas secantes que pasan por los puntos $(x, f(x))$ y $(x+h, f(x+h))$ con $h>0$ y h "pequeños"

¿Pendientes de las rectas secantes?

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

¿Cuál es la pendiente de la recta tangente?

¿Cuál es la ecuación de la recta tangente?

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

- **Derivada de la suma**

$$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$

- **Derivada de una constante por una función**

$$(\alpha \cdot f)'(x) = \alpha \cdot f'(x)$$

- **Derivada de un producto de funciones**

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

- **Derivada de un cociente de funciones**

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

- **Regla de la cadena**

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

TABLA DE DERIVADAS

$$\frac{d}{dx}k = 0$$

$$\frac{d}{dx}x^n = n \cdot x^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$

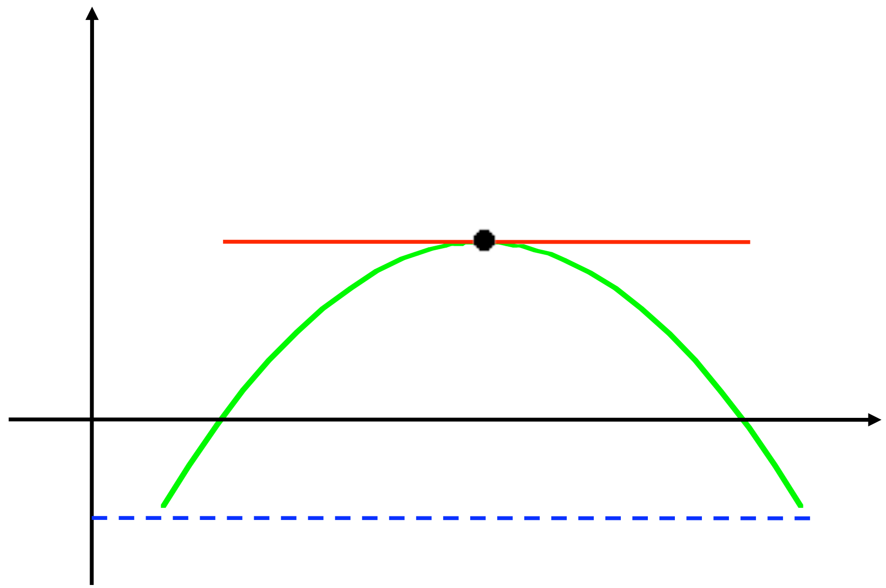
$$\frac{d}{dx}\arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\tan x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{d}{dx}\arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$

TEOREMAS SOBRE FUNCIONES DERIVABLES

Teorema de Rolle



Sea f una función tal que:

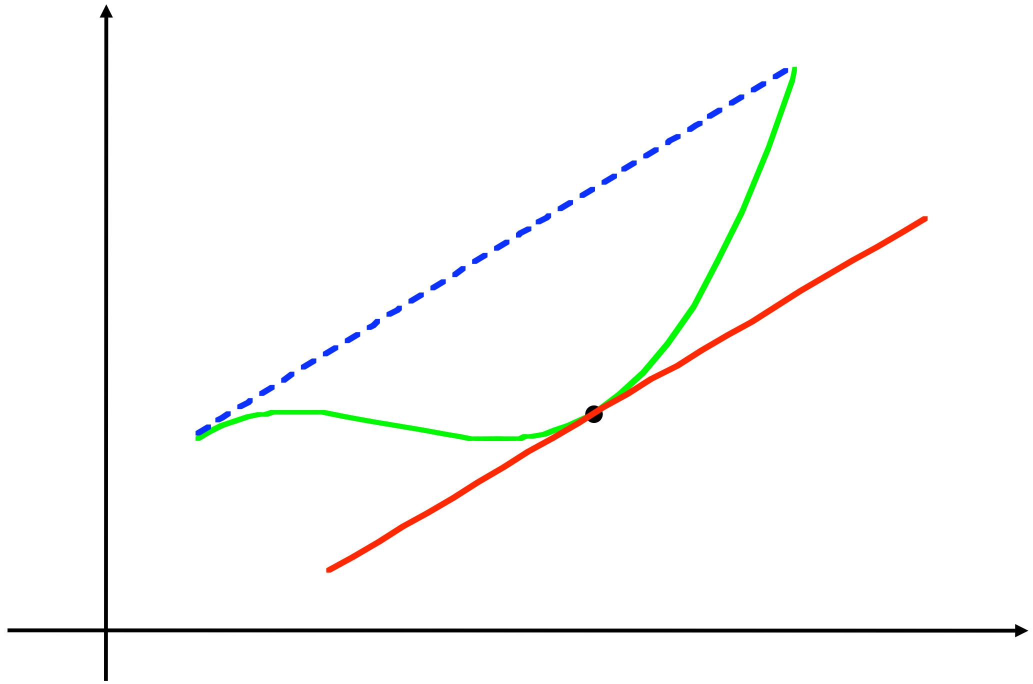
- f es continua en $[a,b]$
- f es derivable en (a,b)
- $f(a)=f(b)$

Entonces existe al menos un punto c en (a,b) tal que:

$$f'(c) = 0$$

TEOREMAS SOBRE FUNCIONES DERIVABLES

Teorema del valor medio



Sea f una función tal que:

1. f es continua en $[a,b]$
2. f es derivable en (a,b)

Entonces existe al menos un punto c en (a,b) tal que:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

¿Cómo hallar todos los valores extremos de una función continua?

1. **Hallar todos los puntos críticos.**
   - **Los puntos extremos del dominio (si los hay).**
   - **Puntos interiores para los que la primera derivada no existe o vale cero.**
2. **Examinar los puntos extremos del dominio comprobando el signo de la derivada primera en su proximidad.**
3. **Examinar cada punto crítico interior comprobando el signo de la derivada primera a ambos lados del punto (criterio de la derivada primera) o el signo de la derivada segunda en el punto (criterio de la derivada segunda).**