



The image is a composite graphic. On the left, there is a schematic of a production plant with a queue and a server. In the center, there is a discrete event signal  $\alpha$  represented by vertical blue arrows. Below it is a continuous-time signal  $x(t)$  represented by a red step function. On the right, there is a detailed 3D-style rendering of a production plant with the text 'Planta de Producción' written vertically.

**Modelado y Simulación de Sistemas de Eventos Discretos**  
Profesores: Xabier Basogain, Ph.D.  
Miguel Ángel Olabe, Ph.D.

Departamentos:  
Ingeniería de Sistemas y Automática  
Electrónica y Telecomunicaciones  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA  
C/ Alameda Urquijo s/n  
48013- Bilbao

# ENUNCIADOS DE EJERCICIOS-PROBLEMAS

## TEMA 1.- INTRODUCCIÓN A LA SIMULACIÓN DE EVENTOS DISCRETOS

### Problema 1.-

Un ordenador tiene dos procesadores P1 y P2 que trabajan en paralelo y debe atender/servir a diferentes tareas.

El proceso de envío de tareas a las CPU's puede representarse por la expresión siguiente:  $a(t)$ ,  $t=0,1,2,\dots$  donde

$a(t)=1$	Indica que una tarea ha sido enviada
$a(t)=0$	Indica que No se envía ninguna tarea

Este proceso es de tiempo discreto y en cada instante de tiempo sólo puede enviarse una tarea.

Supóngase un caso particular de este proceso  $a(t)$  especificado para  $t=0,1,2,3,\dots,10$  de la siguiente manera:  $\{1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1\}$

Regla de Selección de CPU:

Cuando se envía una tarea al sistema ordenador, elige la CPU de la siguiente manera: ' se alterna entre las dos CPU, empezando la primera tarea con P1'.

Se supone que cuando una tarea es enviada a P1 ó a P2, y el procesador está ocupado, la tarea se ubicará en una cola de capacidad infinita.

Tiempo de Proceso:

P1: el tiempo de proceso alterna entre 1 y 4 unidades de tiempo.

Empieza con 4

P2: el tiempo de proceso es siempre 2 unidades de tiempo

Estado del sistema:

$x_1(t)$  - longitud de la cola del P1 (incluida la tarea que está siendo procesada)

$x_2(t)$  - longitud de la cola del P2

$y(t)$  - número total de clientes que han salido del sistema en el instante  $t$ .

NOTA: Si se producen más de un evento en un instante, los valores de las variables de estado se determinarán 'justo después' de que se hayan

producido los eventos.

Preguntas

a) Dibujar un diagrama temporal con  $t = 0,1,2,\dots,10$  que muestre las llegadas y salidas. Suponer  $x_1(0) = x_2(0) = y(0) = 0$ .

Indicar en el gráfico el estado del sistema en cada instante  $(x_1(t), x_2(t), y(t))$

b) Construye una tabla con los valores de  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  e  $y(t)$  para todo  $t = 0,1,2,\dots,10$

c) Suponer que se trabaja en el tiempo Continuo:

- las llegadas se producen en los instantes 0'1, 0'7, 2'2, 5'2 y 9'9
- tiempo de proceso :
  - P1 alterna entre 4'2 y 1'1 unidades de tiempo
  - P2 siempre 2 segundos

Considerar un Modelo gobernado por eventos, siendo  $E = \{a, d_1, d_2\}$  donde  $a$  = llegada,  $d_1$  = salida de P1 y  $d_2$  = salida P2

NOTA: si dos eventos ocurren al mismo tiempo, se supone que primero se produce la salida y luego la entrada.

Comparar el número de 'actualizaciones' requeridos en este modelo *event-driven* respecto a un modelo *time-driven* donde el incremento del tiempo es de 0'1 unidades de tiempo.

## TEMA 2.- LENGUAJES Y AUTÓMATAS

### Problema 1.-

Responder Falso o Verdadero.

Nota: la notación  $e^*$  es abreviatura de  $\{e\}^*$

- a)  $baa \in a^*b^*a^*b^*$
- b)  $b^*a^* \cap a^*b^* = a^* \cup b^*$
- c)  $a^*b^* \cap c^*d^* = \Phi$
- d)  $abcd \in (a(cd)^*b)^*$

### Problema 2 .-

Considerar el Alfabeto de la lengua Inglesa; construir un autómata de estado finito que marque las palabras {woman, man}.

### Problema 3 .-

Un ordenador opera con dos CPU's, P1 y P2 en paralelo. La capacidad total (incluido servidor) de P1 es  $k_1 = 1$ , y P2 es  $k_2 = 2$ .

El sistema recibe dos tipos de trabajos, etiquetados por  $J_1$  y  $J_2$ . Los trabajos  $J_1$  deben ser procesados por P1 y  $J_2$  por P2.

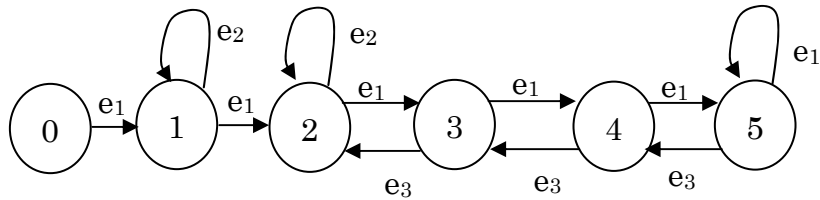
Cuando un trabajo ha sido procesado, sale del sistema. Si un trabajo encuentra la cola llena, entonces el trabajo es rechazado.

Pregunta:

- a) Construir un Modelo de Autómata del sistema.

**Problema 4 .-**

Dado el siguiente diagrama de transiciones:

**Preguntas**

- Construir un Modelo de Colas.
- Indicar una descripción física del proceso

**Problema 5 .-**

El diseño de la combinación de una cerradura de seguridad se basa en dos símbolos, 0 y 1. La clave que abre la cerradura consiste en cuatro símbolos tales que los dos últimos sean iguales (dos 0 ó dos 1). Si la combinación no es la correcta, entonces una alarma sonará.

**Pregunta**

Definir un autómata de estado finito que describa el proceso de intentar abrir la cerradura.

## TEMA 3.- REDES DE PETRI

### Problema 1.-

Considerar la Red de Petri definida por los siguientes elementos:

$$P = \{ p_1, p_2, p_3 \} \quad T = \{ t_1, t_2, t_3 \}$$

$$A = \{ (p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (t_1, p_2), (t_1, p_3), (t_2, p_3), (t_3, p_1), (t_3, p_2) \}$$

con todos los arcos de peso 1, excepto  $w(p_1, t_1)=2$

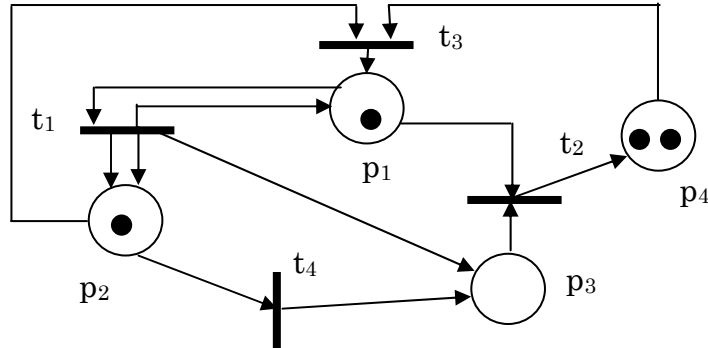
#### Preguntas

- a) Dibujar la representación gráfica de esta R.P.
- b) Sea el estado inicial  $x_0 = [1,0,1]$ . Demostrar que cualquier subsecuente operación en la R.P. la transición  $t_1$  nunca será habilitada. Para ello, dibujar el árbol del alcance\* correspondiente al estado inicial.
- c) Considerar el estado inicial  $x_0 = [2,1,1]$ . Demostrar que cualquier subsecuente operación en la R.P. se producirá una de las dos siguientes situaciones:
  - c1.- deadlock (ninguna transición podrá habilitarse)
  - c2.- regreso al estado inicial  $x_0 = [2,1,1]$

\*Árbol de Alcance: Una representación en la que los estados serán nodos, y las transiciones serán arcos. Se empieza por el nodo raíz (el estado inicial) y se calcula el siguiente estado para cada una de las posibles (habilitadas) transiciones.

## Problema 2.-

Considerar la Red de Petri de la figura, con el estado inicial  $x_0 = [1,1,0,2]$



- Después de que la R.P. se 'dispara' dos veces (se producen dos transiciones), buscar un estado en el que todas las transiciones estén 'muertas'.
- Suponer que se aplica la siguiente secuencia de disparo ( $t_3, t_1, t_3, t_1, \dots$ ). Demostrar que no se puede realizar dicha secuencia de una manera indefinida.
- Buscar el estado  $x_s$  resultante de la secuencia de disparo ( $t_1, t_2, t_3, t_3, t_1$ ).

## Problema 3.-

Se define una R.P. cíclica aquella R.P. que no presenta lazos cerrados (circuitos directos). Para esta clase de R.P. una condición necesaria y suficiente para que el estado  $x$  sea alcanzable desde un estado inicial  $x_0$  es que exista una solución no-negativa entera  $z$  de la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + z A \quad \text{siendo } A \text{ la matriz incidencia.}$$

### Preguntas

- Utilizar esta condición para demostrar que el estado  $x = [0,0,1,2]$  es alcanzable desde el estado inicial  $x_0 = [3,1,0,0]$  para la siguiente R.P.:

$$P = \{ p_1, p_2, p_3, p_4 \} \quad T = \{ t_1, t_2 \}$$

$$A = \{ (p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_2), (t_1, p_2), (t_1, p_3), (t_2, p_4) \}$$

con todos los arcos de peso 1, excepto  $w(p_2, t_2)=2$

b) ¿Cómo se debe interpretar el vector  $z$ ?

Nota: dibujar el árbol del 'alcance' partiendo de  $x_0$  hasta alcanzar  $x$  y comprobar el número de veces que  $t_1$  y  $t_2$  se han disparado.

#### Problema 4. -

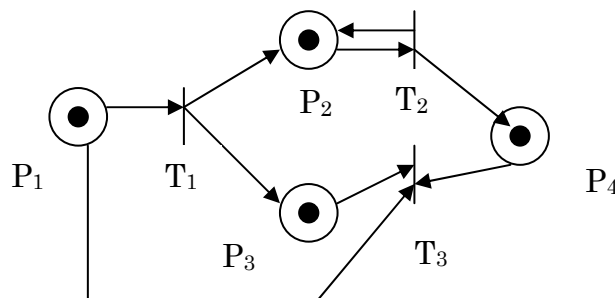
Construir una R.P. Etiquetada que satisfaga el siguiente lenguaje marcado:

$$L_m(N) = \{ a^n b^n c^n, n \geq 0 \}$$

Nota: el lenguaje marcado de la R.P.  $N$  es cualquier string que presente  $a^n b^n c^n$  es decir  $(\varepsilon, abc, aabbcc, \dots)$

#### Problema 5. -

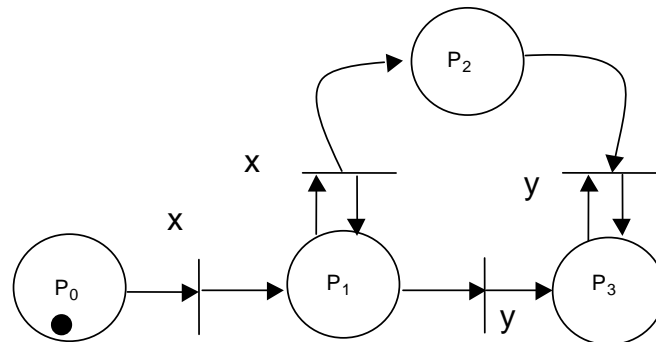
Describe la representación **algebraica** de la dinámica de una Red de Petri. Utilizar dicha forma de representación de la dinámica para obtener el estado de la R.P. representada en la figura como resultado del disparo de la transición  $T_2$ :





### Problema 6.-

Dada la Red de Petri Etiquetada de la figura en el estado inicial  $X_0 = [1,0,0,0]$

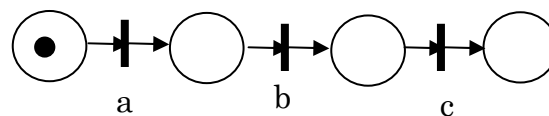


- calcular mediante la **ecuación de estado** el estado final alcanzado si se produce la siguiente secuencia de eventos:  $x, x, y, y$ .
- calcular y representar **gráficamente** la secuencia de estados alcanzados.
- indicar cuál es el lenguaje marcado de esta R.P. si el conjunto de estados marcados está constituido por  $X_0 = [1,0,0,0]$  y  $X_4 = [0,0,0,1]$ .

### Problema 7.-

Obtener mediante la ecuación de estado y el método gráfico el estado final

de la Red de Petri Etiquetada representada en la figura para la secuencia de eventos 'abc'.



¿Cuál sería el estado final de la R.P. si la secuencia de eventos hubiera sido 'abbc'? Justifica el resultado obtenido tanto para el método gráfico como para el método matricial.

## Problema 8 .-

Definir una red de Petri etiquetada  $N$  que describa el proceso de acceder a una cuenta de correo electrónico. El diseño del sistema de acceso tiene las siguientes características:

- la clave de acceso se basa en dos símbolos, 0 y 1.
- la clave de acceso está constituida por cualquier combinación de cuatro símbolos tales que los dos últimos sean iguales (dos 0 ó dos 1). Si se introduce una clave correcta se accede a la cuenta.
- si la combinación no es correcta el sistema se detiene.

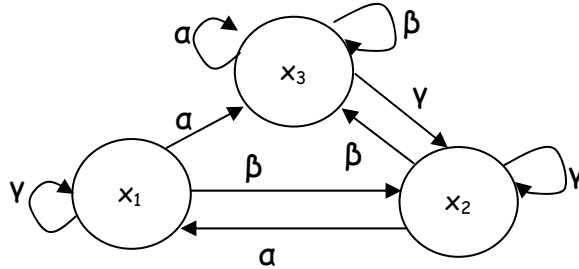
### Preguntas

- a) Definir formalmente una red de Petri etiquetada para esta aplicación de correo.
- b) Obtener  $L_m(N)$  de la red de Petri definida  $N$ .

## TEMA 4 y 5.- MODELOS TEMPORALES y ESTOCÁSTICOS

### Problema 1.-

Consideremos un SED con el espacio estado  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ , conjunto de eventos  $E = \{\alpha, \beta, \gamma\}$  y el siguiente diagrama de transición:



Suponer que los eventos se producen en los instantes :

$$\alpha = \{0, 1, 2'3, 5'6\}$$

$$\beta = \{0'2, 3'1, 6'4, 9'7\}$$

$$\gamma = \{2'2, 5'3\}$$

### Preguntas

a) Construir el diagrama de tiempos de la trayectoria de estados del SED para el intervalo de tiempo  $[0,10]$  (indicar los estados entre los eventos) partiendo del estado inicial  $x_1$

b) Suponer que se está interesado en estimar la probabilidad de encontrar al SED en el estado  $x_2$ . Basándose en la trayectoria anterior, estimar la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado  $x_2$

### Problema 2.-

Un banco dispone de dos cajeros automáticos y un oficinista para atender los servicios requeridos.

Los clientes prefieren elegir cualquiera de los dos cajeros automáticos, pero si existen ya cuatro clientes (dos utilizando los cajeros automáticos y dos esperando), el cliente debe dirigirse a la cola de oficinista.

El oficinista tarda el doble de tiempo que los cajeros automáticos en atender a los clientes.

Las transacciones que demandan los clientes se clasifican en tres tipos,  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$ ; cada uno de ellos requiere 1'0 minutos, 0'5 minutos y 0'2 minutos respectivamente en los cajeros automáticos.

La planificación (*schedule*) de las llegadas de los clientes y los tipos de las transacciones es la siguiente:

(0'0,  $T_1$ ), (0'2,  $T_2$ ), (0'25,  $T_1$ ), (0'3,  $T_1$ ), (0'4,  $T_1$ ), (0'6,  $T_3$ ), (0'9,  $T_3$ ), (1'1,  $T_2$ ), (1'15,  $T_1$ ), (1'4,  $T_2$ ), (1'45,  $T_1$ ), (1'7,  $T_3$ ), (1'8,  $T_3$ ), (2'0,  $T_2$ )

Suponer que el sistema está vacío inicialmente, y en el caso de que se produzcan dos eventos a la vez, primero se considerará la salida del cliente (servicio finalizado) y después la llegada de un cliente.

### Preguntas

a) Definir un Modelo de Autómata Temporal de este SED utilizando tres tipos de eventos y un estado constituido por dos variables.

b) Construir el diagrama de tiempos para la trayectoria descrita por SED en el intervalo [0,2'5] minutos.

### **Problema 3. -**

Representar gráficamente a lo largo del eje tiempo la trayectoria del sistema de colas estudiado en casos anteriores para las siguientes características:

a) Todos los tiempos de servicio son constantes e iguales a 1 segundo. El tiempo entre llegadas es una variable aleatoria de valor 0.5 segundos con probabilidad 0.5 y valor 1 segundo con probabilidad 0.5. La longitud inicial de la cola es  $x_0 = 2$ . Para un tiempo muy grande, ¿cuál es la probabilidad de que un cliente encuentre al servidor libre?

Suponer la secuencia de reloj del evento  $a = \{0'5, 1, 1, 1, 1, 0'5, 1, 0'5, 0'5, \dots\}$

b) Como en el caso anterior, excepto que el tiempo de servicio es una variable aleatoria con una distribución uniforme entre [0.5 1.5]. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente encuentre al servidor libre?

Suponer la secuencia de reloj del evento  $a = \{0'5, 1, 0'5, 1, 1, 0'5, 0'5, 0'5, 1, 1, \dots\}$  y la secuencia de reloj del evento  $d = \{1'3, 1'1, 1'3, 0'9, 0'8, 1'1, 0'5, 1'3, 0'8, 1'4, 0'7, \dots\}$

c) Todos los tiempos de servicio son constantes e iguales a 1 segundo. El tiempo entre llegadas alterna entre el valor 0'8 segundos y 1'8 segundos, empezando por 1'8 segundos. Además, cuando el tiempo entre llegadas es 1'8 segundos, llegan simultáneamente dos clientes. El valor inicial de la longitud de la cola es  $x_0 = 0$ .

d) Como en el caso anterior, excepto que el tiempo de servicio es dependiente del estado: cada vez que el servidor va a dar servicio a un cliente, toma una decisión respecto al valor del tiempo de servicio. Si en ese momento el número de clientes es menor o igual que 2, el tiempo de servicio es 1 segundo. Si es mayor que 2 pero menor o igual que 4, entonces el tiempo de servicio es 0'5 segundos. Y si es mayor que 4 el tiempo de servicio será 0'4 segundos. El valor inicial de la longitud de la cola es  $x_0 = 0$ .

## TEMA 6.- MODELO DE COLAS

### Problema 1.-

En una cadena de montaje de coches, un robot especializado en la instalación del portón trasero, realiza dicha operación en 15 minutos. Se desea calcular el máximo ratio de llegadas (unidades de portón trasero) exponencialmente distribuidas, si la máxima longitud de cola del robot no debe exceder de 5 unidades de portón trasero.

### Problema 2.-

Un taller de mantenimiento de una fábrica suministra repuestos a los operarios de mantenimiento que llegan a dicho taller siguiendo un proceso de Poisson de ratio  $\lambda=10$  operarios por hora.

El tiempo necesario para atender a cada operario de mantenimiento tiene una duración de 4 minutos como término medio, con una desviación estándar aproximada de 2 minutos.

Supóngase que el coste de los operarios de mantenimiento es de 15 Euros por hora. Determinar el coste medio por hora de los operarios de mantenimiento por esperar al servicio del suministro de repuestos.

### Problema 3.-

El gestor de un sistema decide evaluar dos servidores, servidor\_12 y servidor\_11 que presentan un ratio de servicio 12 clientes/hora y 11 clientes/hora respectivamente con una distribución exponencial. Los clientes llegan al sistema de acuerdo a un modelo de proceso de Poisson con un tiempo medio entre llegadas de 6 minutos.

Elige el tipo de modelo de cola A/B/1 para este sistema.

### Preguntas

a) calcula en % el incremento de clientes en el sistema cuando se reduce el ratio de servicio de 12 a 11 clientes por hora.

b) ¿Cuándo el sistema puede hacerse inestable?

c) ¿Qué conclusiones obtendrá el gestor del sistema?

#### **Problema 4. -**

En un taller eléctrico de mantenimiento los motores estropeados son reparados por cuatro técnicos electricistas que tienen un tiempo promedio de servicio de 2.4 horas cada uno de ellos y operan al 80% de su capacidad. Los motores estropeados llegan a cada técnico según una distribución exponencial, pero el tiempo de reparación sigue una distribución diferente dependiendo del técnico que reparare el motor. El primer mecánico sigue una distribución de probabilidad normal de desviación típica 1 hora, el segundo mecánico tiene una distribución de probabilidad exponencial, el tercero una distribución Erlang de orden 3, y el cuarto mecánico una distribución de probabilidad constante.

##### Preguntas

- a) Calcular por cada mecánico, el tiempo promedio que un motor ha de esperar para ser reparado y el tiempo promedio que un motor está en el taller de reparación.
- b) Indica si los resultados obtenidos siguen los resultados teóricos del efecto que producen el coeficiente de variabilidad de las distribuciones de probabilidad.

#### **Problema 5. -**

La taquilla de una empresa de autobuses de largo recorrido realiza las gestiones solicitadas por los pasajeros en un tiempo medio de 2 minutos. Los pasajeros llegan con una tasa media de 20 clientes a la hora. Se supone que las llegadas siguen un proceso de Poisson y el tiempo de servicio es exponencial.

##### Preguntas

- a) El porcentaje de tiempo en el que la taquilla está desocupada.
- b) El tiempo medio de estancia de los clientes en la cola.
- c) El porcentaje de clientes que deben esperar en la cola.

**Problema 6. -**

Una empresa de reprografía se plantea comprar una fotocopiadora de alto rendimiento de entre cuatro modelos cuyas características se muestran a continuación.

Modelo	Coste de operación (€/hora)	Velocidad (trabajos/minuto)
1	15	30/10000
2	20	36/10000
3	24	50/10000
4	27	66/10000

Los trabajos llegan a la empresa según una distribución de Poisson a razón de 4 trabajos por día de 24 horas. Se supone que el tiempo de reproducción de los trabajos, debido a su tamaño, se distribuye de forma exponencial. Los contratos con los clientes especifican un coste de penalización por entrega tardía a razón de 80 € por trabajo por día.

Pregunta

a) Si la empresa quiere que el coste de operación más el coste por entrega tardía sea el menor posible, ¿qué fotocopiadora debería comprar?

**Problema 7. -**

Obtener de forma analítica el valor del parámetro  $L_Q$  y  $L$  en un sistema de colas  $M/E_k/1$  que presenta un ratio de llegadas  $\lambda$  y un ratio de servicio  $\mu$  a partir del valor de  $w_Q$  indicado en la siguiente expresión:

$$w_Q = \frac{1+k}{2k} \frac{\mu^{-1}\rho}{1-\rho}$$

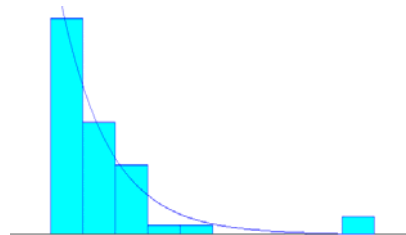


## TEMA 7.- ANÁLISIS DE DATOS DE ENTRADA

### Problema 1.-

Una compañía de mensajería desea conocer las características del servicio que ofrece a sus clientes a partir de un estudio basado en simulación. El primer paso a realizar es determinar el tipo de distribución que sigue el tiempo entre solicitudes de servicio. Para ello, disponen de los siguientes 50 tiempos (medidos en minutos) correspondientes a los 50 últimas solicitudes:

0.661	4.910	8.989	12.801	20.249
5.124	15.033	58.091	1.543	3.624
13.509	5.745	0.651	0.965	62.146
15.512	2.758	17.602	6.675	11.209
2.731	6.892	16.713	5.692	6.636
2.420	2.984	10.613	3.827	10.244
6.255	27.969	12.107	4.636	7.093
6.892	13.243	12.711	3.411	7.897
12.413	2.169	0.921	1.900	0.315
4.370	0.377	9.063	1.875	0.790



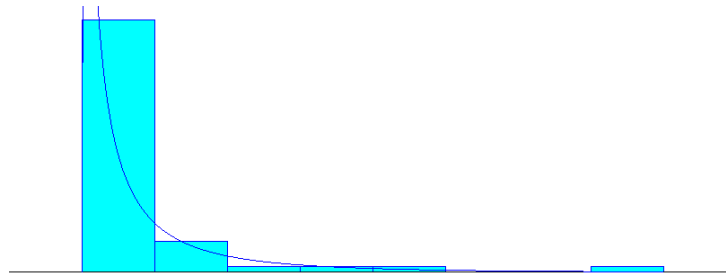
### Pregunta

a) ¿Cómo están distribuidos los tiempos entre solicitudes de servicio? Desarrolla un modelo que se ajuste a los datos, y realiza un test de validación a partir del histograma y función densidad de probabilidad obtenida con el Input Analyzer (k =10 intervalos).

## Problema 2.-

Se desea comprobar si los datos de entrada de un modelo de simulación siguen una función de distribución de Weibull. Los datos originales del tiempo entre llegadas de entidades al proceso se indican en la siguiente tabla:

79,919	3,081	0,062	1,961	5,845
3,027	6,505	0,021	0,013	0,123
6,769	59,899	1,192	34,76	5,009
18,387	0,141	43,565	24,42	0,433
144,695	2,663	17,967	0,091	9,003
0,941	0,878	3,371	2,157	7,579
0,624	5,38	3,148	7,078	23,96
0,59	1,928	0,3	0,002	0,543
7,004	31,746	1,005	1,147	0,219
3,217	14,382	1,008	2,336	4,562



### Pregunta

a) Desarrolla un modelo que se ajuste a los datos realizando un test de validación para  $k=8$  intervalos, nivel de significancia 0.05 y los valores de los estimadores  $\alpha=6.23$  y  $\beta=0.525$ .

## Problema 3.-

Aplicar el método de validación de hipótesis Test Chi-cuadrado para los siguientes valores:

{4 1 0 0 3 3 3 3 1 0 2 4 2 4 0 2 0 0 1 1 2 1 2 3}

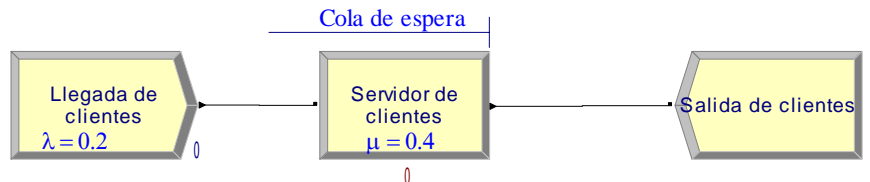
correspondientes al número de e-mails recibidos en una cuenta de usuario en las últimas 24 horas (registrado nº de e-mails por hora).

### Pregunta

a) Definir la hipótesis nula y nivel de significancia para este caso.

## Problema 4. -

Un diseñador ha modelado y simulado con el software Arena un Sistema de Eventos Discretos mediante un modelo de colas tipo M/M/1 como se indica en la figura.



**Sistema de Colas M/M/1**

### Pregunta

a) Justificar si la elección del modelo M/M/1 es correcta si los 50 primeros tiempos entre llegadas registrados (en unidades de tiempo) en el sistema real han sido los siguientes:

5.67	11.64	0.45	5.14	4.05
4.52	12.28	2.44	4.12	2.57
6.65	2.47	4.85	1.15	1.23
0.26	1.68	7.56	9.11	1.61
13.80	16.59	2.67	0.75	3.47
7.53	5.03	6.89	3.53	5.22
4.53	10.17	0.43	11.73	1.25
0.18	4.35	3.35	1.14	5.43
11.86	11.87	1.29	6.49	7.21
6.19	1.81	0.66	0.26	2.89

## Problema 5. -

Un sistema de control de tráfico va a ser analizado mediante simulación numérica y para ello se ha modelado dicho sistemas según un sistema de colas tipo M/M/1.

Se dispone de la siguiente serie de datos reales correspondientes a tiempos entre llegadas de coches al semáforo medidos en segundos:

{3 3 2 2 5 4 3 6 4 1 3 5 0 4 3 5 1 5 2 5 2 4 2 2 3 2 1 2 5 5 3 0 1 0 3 3 2 2 0 5 4 6 3 5 3 1 1 4}

### Pregunta

a) Analizar los datos de **entrada** aplicando el método de validación de hipótesis Test Chi-cuadrado, definiendo la hipótesis nula de acuerdo al modelo de cola seleccionado. (elegir un determinado nivel de significancia para este caso)

## TEMA 8.- ANÁLISIS DE DATOS DE SALIDA

### Problema 1.-

Un sistema de control de tráfico va a ser analizado mediante simulación numérica. En concreto se desea evaluar el tiempo medio de espera de los coches en un semáforo y para ello se ha modelado dicho sistemas según un sistema de colas tipo M/M/1.

#### Preguntas

a) obtener el intervalo de confianza del 98% del parámetro 'tiempo medio de espera en el sistema' si se dispone de los siguientes resultados de simulación medidos en segundos: {8.67, 7.87, 7.75, 8.25, 8.37, 7.87, 8.25, 7.96}.

Indicar el método y suposiciones necesarias para operar con los datos de salida de simulación. Nota: utilizar la tabla de la distribución t-students.

b) Indicar la conclusión final del estudio del sistema de control de tráfico basado en simulación (teniendo en cuenta el resultado del problema 7.5)

### Problema 2.-

Se desea analizar el comportamiento de un sistema a partir de los resultados obtenidos en la secuencia de simulación del modelo del sistema. Los resultados disponibles sobre el parámetro a analizar son los que se indican en la siguiente tabla:

4	1	0	0
3	3	3	3
1	0	2	4
2	4	0	2
0	0	1	1
2	1	2	3

#### Preguntas

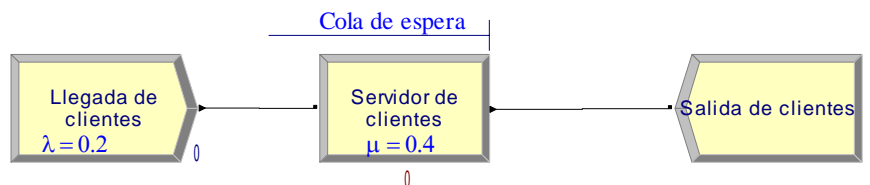
---

- a) Calcula las medidas del parámetro a analizar para los siguientes casos:
- a1) 1 simulación de duración 24 horas (1 dato cada hora)
  - a2) 4 simulaciones de duración 6 horas (1 dato cada hora) Columnas de la tabla
  - a3) 6 simulaciones de duración 4 horas (1 dato cada hora) Filas de la tabla
- b) Indica las principales conclusiones del análisis de datos realizado en 1)

Nota: justificar las suposiciones y decisiones que se realicen en el análisis de datos.

### Problema 3. -

Un diseñador ha modelado y simulado con el software Arena un Sistema de Eventos Discretos mediante un modelo de colas tipo M/M/1 como se indica en la figura.



**Sistema de Colas M/M/1**

Ha realizado 10 simulaciones independientes de larga duración y ha obtenido los siguientes valores del parámetro  $L_q$ :

0.4344, 0.5576, 0.4649, 0.5378, 0.4923, 0.4322, 0.4703, 0.5967, 0.4921, 0.4586

#### Pregunta

- a) Calcular el intervalo de confianza del 95% del parámetro  $L_q$ . ¿Cuál sería el valor teórico del parámetro  $L_q$ ?

### Problema 4. -

Para un sistema determinado se han realizado 8 simulaciones independientes, obteniéndose para el parámetro  $\phi$  las siguientes

estimaciones: [8.9, 9.38, 10.75, 0.96, 8.79, 9.25, 12, 9.84].

### Preguntas

- a) Calcular el estimador central de  $\phi$  y el estimador de la desviación estándar de dicho estimador para los siguientes casos:
  - a1) 4 repeticiones independientes (los cuatro primeros valores)
  - a2) 8 repeticiones independientes
  - a3) Compara y justifica los resultados obtenidos
- b) Describe el papel que desempeña  $\alpha$  en el método del cálculo del intervalo de confianza de un parámetro de comportamiento en la validación de datos de salida de un modelo de simulación.
- c) Describe el papel que desempeña el nivel de 'significancia'  $\alpha$  en el método de Chi-cuadrado en la validación de datos de entrada de un modelo de simulación.